Phys. Lab.
UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY
APR 10 1923
Not to be Drawn

Physikalische Zeitschrift

Begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

Herausgeber:
Professor Dr. **M. Born** und
Professor Dr. **P. Debye**

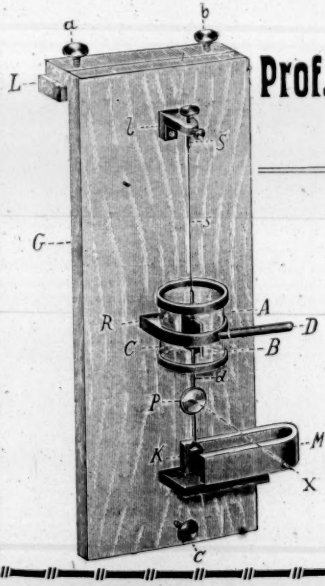
Schriftleiter:
Dr. **Hans Küstner** in Göttingen

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen zum Preise von viertel jährlich 30.0 Mark, bei unmittelbarer Zustellung unter Kreuzband 40.0 Mark, im Ausland Schweiz Frcs 9.— Bestellungen nehmen jede Buchhandlung, die Post sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit 100.— Mark, Beilagen nach Vereinbarung berechnet; bei Wiederholungen tritt Ermäßigung ein.

Alle Manuskriptsendungen und darauf bezügliche Zuschriften sind zu richten entweder an die Herausgeber: Professor Dr. M. Born, Göttingen, Planckstraße 21 und Professor Dr. P. Debye Zürich, Physikgebäude, Gloriastr. 35 oder an die Schriftleitung: Dr. Hans Küstner, Göttingen, Bunsenstraße 9, Physikalisches Institut der Universität, alle Büchersendungen und Anzeigenaufträge an den

Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 5. 1. März 1923. No. 633. **24. Jahrgang.**



Phys.-mech. Institut von

Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.

Luftdruck-Mikrometer.

Empfindlichkeit 10^{-8} Atm.

Katalog 30 erschienen und ebenso wie Spezialliste No. 29 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Inhaltsverzeichnis:

(B. = Besprechungen.)

Seite

Aigner, F., Unterwasserschalltechnik. (B.) 117
Ankerwicklungen für Gleich- und Wechselstrommaschinen, v. R. Richter. (B.) 119
Astronomische Miniaturen, v. E. Strömgren. (B.) . 118
Atomdynamik: Prinzipien der —. I., v. J. Stark. (B.) 114
Atomtheorie: Fluoreszenz und Phosphoreszenz im Lichte der neueren —, v. P. Pringsheim. (B.) . . . 118
— Die Entwicklung der —, v. P. Kirchberger. (B.) 119
Bauer, H., Geschichte der Chemie. (B.) 120
Chemie: Geschichte der —, v. H. Bauer. (B.) . . 120
Dessau, B., Lehrbuch der Physik. (B.) 115
Desvallées, H. R.: Tables logarithmiques et trigonométriques à quatre décimales et tables à trois décimales à l'usage des physiciens et des navigateurs. (B.) 115
Distler, Th., Physikalische Übungen für die Unterstufe. (B.) 116
Elektrizität: Die — in Metallen, v. K. Siebel (B.) . 115
— Einführung in die Maxwellsche Theorie der — und des Magnetismus, v. Cl. Schäfer. (B.) . . . 118
Elektron: Bemerkungen über Serienspektren, an denen mehr als ein — beteiligt ist, v. G. Wentzel . . 104
— Das —, v. R. A. Millikan. (B.) 118
Elektronenaustritt: Der — aus Metallen unter Wirkung hoher Feldstärken, v. G. Hoffmann 109
Elektronenröhren: Die — und ihre technischen Anwendungen, v. H. G. Möller. (B.) 117
Elektrotechnik: Jahrbuch der —, v. K. Strecker. (B.) 119
Emersleben, O., Zetafunktionen und elektrostatische Gitterpotentiale. II. 97
Färbung rotierender Scheiben bei doppelter Beleuchtung, v. A. Steichen 112
Fluoreszenz und Phosphoreszenz im Lichte der neueren Atomtheorie, v. P. Pringsheim. (B.) 118
Freitag, H., Physik für die Unterstufe. (B.) . . . 116
Gitterpotentiale: Zetafunktionen und elektrostatische —. II., v. O. Emersleben 97
Gleich- und Wechselstrommaschinen: Ankerwicklungen für —, v. R. Richter. (B.) 119
Goldhammer, A., Erwiderung auf die Bemerkung von Herrn H. Maurer zu meinem Aufsatz: „Magnetische Permeabilität eines künstlichen magnetischen Mediums“ 111
Hoffmann, G., Der Elektronenaustritt aus Metallen unter Wirkung hoher Feldstärken 109
Jaeger, W., Elektrische Meßtechnik. (B.) 120
Kirchberger, P., Die Entwicklung der Atomtheorie. (B.) 119
Kolloidchemie: Wissenschaftliche Forschungsberichte VI: Kolloidchemie 1914—1922, v. R. E. Liesegang. (B.) 116
Krais, P., Werkstoffe. (B.) 119
Landé, A., Fortschritte der Quantentheorie. (B.) . . 120
Laue, M. v., Die Relativitätstheorie. (B.) 115
Liesegang, R. E., Wissenschaftliche Forschungsberichte. VI. Kolloidchemie 1914—1922. (B.) . . . 116
Magnetismus: Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität und des —, v. Cl. Schäfer. (B.) 118
Maurer, H., Erwiderung auf die Bemerkung von Herrn — zu meinem Aufsatz: „Magnetische Permeabilität eines künstlichen magnetischen Mediums“, v. A. Goldhammer 111
Maxwellsche Theorie: Einführung in die — der Elektrizität und des Magnetismus, v. Cl. Schäfer. (B.) 118
Meßtechnik: Elektrische —, v. W. Jaeger. (B.) . . 120
Metalle: Der Elektronenaustritt aus — unter Wirkung hoher Feldstärken, v. G. Hoffmann 109
— Die Elektrizität in —, v. K. Siebel. (B.) . . . 115
Millikan, R. A., Das Elektron. (B.) 117
Möller, H. G., Die Elektronenröhren und ihre technischen Anwendungen. (B.) 117
Phosphoreszenz: Fluoreszenz und — im Lichte der neueren Atomtheorie, v. P. Pringsheim. (B.) . 118
Physik: Lehrbuch der —, v. B. Dessau. (B.) . . . 115
— für die Unterstufe, v. H. Freitag. (B.) 116
Physikalische Übungen für die Unterstufe, v. Th. Distler. (B.) 116
Pringsheim, P., Fluoreszenz und Phosphoreszenz im Lichte der neueren Atomtheorie. (B.) 118
Quantentheorie: Die —, v. F. Reiche. (B.) 115
— Fortschritte der —, v. A. Landé. (B.) 120
Reiche, F., Die Quantentheorie. (B.) 115
Relativitätstheorie: Die —, v. M. v. Laue. (B.) . . 115
Richter, R., Ankerwicklungen für Gleich- und Wechselstrommaschinen. (B.) 119
Schäfer, Cl., Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität und des Magnetismus. (B.) . . . 118
Schüle, W., Technische Thermodynamik. (B.) . . 117
—, Leitfaden der technischen Wärmemechanik (B.) . 117
Serienspektren: Bemerkungen über —, an denen mehr als ein Elektron beteiligt ist, v. G. Wentzel . . 104
Siebel, K., Die Elektrizität in Metallen. (B.) . . . 115
Stark, J., Prinzipien der Atomdynamik. I. (B.) . 114
Steichen, A., Färbung rotierender Scheiben bei doppelter Beleuchtung 112

Älterer erfolgreicher

Physiker,

technisch **Elektronenrohr**fachmann, sucht wissenschaftlich und wirtschaftlich lohnende Tätigkeit; auch Ausland; u. U. Habilitation. **Dr. E., Warmbrunn,** postlagernd.

Fernsprecher: Anno 2244 und Rheinl. 9821

Janke & Kunkel A.-G., Köln Im Sionstal 29 bis 31

Fabrik physiko-chemischer Apparate — Präzisions-Glasbläserei.

Feinmechanische Konstruktions-Werkstätten

für Versuchs- und Forschungs-Apparate

Apparatur zur Bestimmung der inneren Struktur und der Größe von Kolloidteilchen mittels Röntgenstrahlen nach P. Scherrer.
Photometer — Kolorimeter — Chrometer.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 5. 1. März 1923. Redaktionsschluß für No. 7 am 10. März 1923. 24. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

O. Emersleben, Zetafunktionen und elektrostatische Gitterpotentiale. II. S. 97.

G. Wentzel, Bemerkungen über Serienspektren an deren Emission mehr als ein Elektron beteiligt ist. S. 104.

G. Hoffmann, Der Elektronenaustritt aus Metallen unter Wirkung hoher Feldstärken. S. 109.

A. Goldhammer, Erwiderung auf die Bemerkung von Herrn H. Maurer zu meinem Aufsatz: „Magnetische Permeabilität eines künstlichen magnetischen Mediums". S. 111.

A. Steichen, Färbung rotierender Scheiben bei doppelter Beleuchtung. S. 112.

Besprechungen

J. Stark, Prinzipien der Atomdynamik. I. S. 114.

K. Siebel, Die Elektrizität in Metallen. S. 115.

M. v. Laue, Die Relativitätstheorie. S. 115.

H. Rocques Desvallées, Tables logarithmiques et trigonométriques à quatre décimales et tables à trois décimales à l'usage des physiciens et des navigateurs. S. 115.

B. Dessau, Lehrbuch der Physik. S. 115

F. Reiche, Die Quantentheorie. Ihr Ursprung und ihre Entwicklung. S. 115.

R. E. Liesegang, Wissenschaftliche Forschungsberichte. S. 116.

H. Freitag, Physik für die Unterstufe. S. 116.

Th. Distler, Physikalische Übungen für die Unterstufe, eine Einführung in die Physik an der Hand von Schülerversuchen. S. 116.

W. Schüle, Technische Thermodynamik. S. 117.

W. Schüle, Leitfaden der technischen Wärmemechanik. S. 117.

H. G. Möller, Die Elektronenröhren und ihre technischen Anwendungen. S. 117.

F. Aigner, Unterwasserschalltechnik. S. 117.

R. A. Millikan, Das Elektron. S. 118.

Cl. Schäfer, Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität und des Magnetismus. S. 118.

E. Strömgren, Astronomische Miniaturen. S. 118.

P. Pringsheim, Fluoreszenz und Phosphoreszenz im Lichte der neueren Atomtheorie. S. 118.

P. Krais, Werkstoffe. S. 119.

K. Strecker, Jahrbuch der Elektrotechnik. S. 119.

R. Richter, Ankerwicklungen für Gleich- u. Wechselstrommaschinen. S. 119.

P. Kirchberger, Die Entwicklung der Atomtheorie. S. 119.

A. Landé, Fortschritte der Quantentheorie. S. 120.

W. Jaeger, Elektrische Meßtechnik. S. 120.

H. Bauer, Geschichte der Chemie. I. II. S. 120.

Personalien. S. 120.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zetafunktionen und elektrostatische Gitterpotentiale.

II. Das Bornsche Grundpotential.

Von Otto Emersleben.

Die Epsteinschen Zetafunktionen haben nicht nur für die Kenntnis der elektrostatischen Gitterpotentiale Bedeutung, wie im I. Teil dieser Arbeit ausgeführt wurde[1]). Sie treten auch bei andern Fragen der mathematischen Physik auf: ${}^{(p)}Z\left|\begin{matrix}0\\h\end{matrix}\right|(2)_\delta$ als Lösung partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung für $p=2$ beim Torsionsproblem[2]), für $p=3$ in der Elektrodynamik der Kristallgitter[3]). Aus mehr als einem Grund ist daher zahlenmäßige Berechnung der Zetafunktionen erwünscht. In meiner Dissertation habe ich angegeben, wie für beliebige Werte der Veränderlichen die Zahlenrechnung durchführbar ist; hier soll nur auf eine einzige Funktion eingegangen werden: das Bornsche Grundpotential

$$\Pi(z)={}^{(3)}Z\left|\begin{matrix}0\\z\end{matrix}\right|(1)_\delta. \qquad (1)$$

1) Diese Zeitschrift **24**, 73, 1923. (Im folgenden „Z I").

2) Emersleben, Diss. Göttingen 1922. (Im folgenden „Diss." Anhang.

3) M. Born, Dynamik der Kristallgitter S. 84—91. Leipzig 1915. Die Funktion heißt dort $4\pi^2 S_0^{(k)}$.

§ 1. Berechnung des Bornschen Grundpotentials.

Die Berechnung dieser Funktion habe ich auf Veranlassung von Herrn Prof. Born durchgeführt[1]). Es wurde Wert darauf gelegt, daß bei den daraus zu berechnenden Aufbauarbeiten die Unsicherheit der Rechnung kleiner ist als die der Beobachtung. Diese Forderung ist notwendig, damit viel Zeit und Mittel erfordernde Versuche in vollem Maße ausgewertet werden können.

Unter Berücksichtigung von $\Gamma(\frac{1}{2})=\sqrt{\pi}$ ergibt sich aus Z I (18) bei Einsatz von $\tau=\sqrt{\pi}\omega$ genau der von Herrn Born G. P. (35) S. 136 angegebene Ausdruck.

Unter Einführung des Entfernungsquadrates

$$R^2_{q-z}=(q_1-z_1)^2+(q_2-z_2)^2+(q_3-z_3)^2,$$

der Gaußschen Fehlerfunktion

$$F(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-y^2}dy \qquad (2)$$

und der beiden Teilsummen

$$\Pi^{(1)}(z)=\frac{1}{\pi}\sum_k{}' \frac{e^{-\frac{\pi^2}{\tau^2}R^2_{k-z}}}{R^2_{k-z}}-\frac{2\tau}{\sqrt{\pi}} \qquad (3,1)$$

1) M. Born, Über elektrostatische Gitterpotentiale. Zeitschr. f. Phys. **7**, 124—140, 1921. (Im folgenden „G. P.") S. 127.

und

$$H^{(2)}(z) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - F(\tau\sqrt{m})}{\sqrt{m}} \sum_{\Sigma k^2 = m} \cos 2\pi (kz) \qquad (3,\ 2)$$

ist dann das **Grundpotential**

$$H(z) = H^{(1)}(z) + H^{(2)}(z). \qquad (3)$$

Weil $H(z_1 z_2 z_3)$ in jedem z_i die Periode 1 hat, grade und in den z_i symmetrisch ist, kann ich mich auf die z des Gebiets (Vierflachs)

$$0 \leq z_1 \leq z_2 \leq z_3 \leq \tfrac{1}{2},$$

eines 48 ten Teils des Einheitswürfels, beschränken. Hier sollen nur die Methoden der Berechnung und — in § 2 — die Ergebnisse angegeben werden. In bezug auf Einzelheiten sei auf Diss. I § 7–9 verwiesen, wo alle Beweise und Rechnungen in leicht prüfbarer Form durchgeführt sind[1]).

Damit die Werte des Grundpotentials brauchbar sind, muß eine obere Grenze des durch Abbrechen der unendlichen Reihe begangenen Fehlers gesucht werden. Als Beispiel möge der Rest von $H^{(2)}$ berechnet werden. Da jeder $|\cos| \leq 1$, ist die cos-Summe höchstens gleich der Anzahl $r_3(n)$ aller Zerlegungen des positiven n in Summe von drei Quadraten, d. h. der Anzahl der Gitterpunkte auf einer Kugel vom Radius $\sqrt{n}$. Hierfür gilt[2])

$$r_3(n) \leq 6n.$$

Wegen $F(x) \to 1$ für $x \to +\infty$ ist für $x \neq 0$:

$$\sqrt{\pi}(1 - F(x)) = 2\int_x^{\infty} e^{-y^2} dy = \int_{x^2}^{\infty} \frac{e^{-z}}{\sqrt{z}} dz$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{e^{-(x^2+t)}}{\sqrt{x^2+t}} dt = \frac{e^{-x^2}}{x} \int_0^{\infty} \frac{e^{-t}}{\sqrt{1 + \frac{t}{x^2}}} dt.$$

Daher ist für $x > 0$:

$$0 < \sqrt{\pi}(1 - F(x)) < \frac{e^{-x^2}}{x} \int_0^{\infty} e^{-t} dt = \frac{e^{-x^2}}{x}. \qquad (4)$$

Hiermit erhält man eine um den Faktor $\sqrt{2\pi}$ bessere Schranke der Funktion als aus einer bekannten Formel[3]) folgt. Daher gilt für den Rest der Reihe $H^{(1)}$:

$$\sum_{m=n}^{\infty} \leq \sum_{m=n}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{m}} (1 - F(\tau\sqrt{m}))\, r_3(m)$$

$$\leq \sum_{m=n}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{m}} \cdot \frac{e^{-\tau^2 m}}{\tau\sqrt{m}} \cdot 6m,$$

als geometrische Reihe

$$= \frac{6e^{-\tau^2 n}}{\tau(1 - e^{-\tau^2})}. \qquad (5)$$

Für $n = 1$ vgl. G. P. S. 137.

In ähnlicher Weise läßt sich auch der Rest von $H^{(1)}$ durch eine geometrische Reihe nach oben abschätzen.

Bei Festlegung der Punkte, in denen eine Berechnung stattfinden sollte, war zu berücksichtigen, daß die Werte der Funktion in rationalen Punkten mit kleinem Nenner gebraucht werden. Wegen der verhältnismäßig großen Teilerzahl von 12 schien es günstig, die Berechnung in den Punkten $z_i = \frac{n_i}{12}$ (n_i ganz) vorzunehmen, so daß $H(z)$ für möglichst viel Punkte mit kleinen rationalen Nennern unmittelbar vorliegt, während diese Punkte gleichzeitig dicht genug liegen, um einen Überblick über den Gesamtverlauf der Funktion zu ermöglichen. Die einfach aber mühsam zu berechnenden cos-Summen sind für diese Punkte ganze Zahlen im Körper $\sqrt{3}$, was eine beträchtliche Vereinfachung der Rechnungen zur Folge hat.

Für die Wahl des τ, mit dessen Hilfe der Beitrag von $H^{(1)}$ und $H^{(2)}$ zur Summe willkürlich geändert werden kann, ist zu beachten: Durch genügend kleines bzw. großes τ kann man $H^{(1)}$ bzw. $H^{(2)}$ beliebig klein machen. Je kleiner der eine Anteil, um so schlechter die Konvergenz des andern. Begnügt man sich bei der Berechnung mit geringer Genauigkeit, so wird man zweckmäßig τ so wählen, daß entweder $H^{(1)}$ oder $H^{(2)}$ kleiner als der zugelassene Fehler werden. Für Punkte z nahe des Nullpunkts wird vielfach das erste Glied von $H^{(1)}$ allein ausreichen. Bei der hier nötigen Genauigkeit strebte ich eine solche Wahl an, daß beide Reihen etwa gleiche Gliederzahl zur Berechnung erforderten. Die Hauptrechnung wurde mit $\tau = \frac{\pi}{3}$, eine Probe mit $\frac{\pi}{2}$ und eine genauere Berechnung von $H(\frac{1}{2})$ mit $\tau = \pi$ ausgeführt.

Stets war $\frac{\pi^2}{\tau^2}$ im Exponent der ersten Reihe ganz, wodurch der Gebrauch der vorhandenen Tafeln vereinfacht wurde; denn die Funktion $\frac{e^{-x}}{x}$ mußte für die zahlreichen verschiedenen

1) Schreibmaschinendurchschläge der Diss. besitzen die Herren Geh. Rat Runge, Prof. Born, die Universitätsbücherei in Göttingen, die preuß. Staatsbücherei in Berlin und ich.

2) Diss. I § 7, 3.

3) Jahnke-Emde, Funktionentafeln mit Formeln und Kurven S. 31, Leipzig 1909.

Werte $x = \frac{\pi^2}{\tau^2} R_{\gamma-z}^2$ berechnet werden. Daß gleichzeitig das Argument τR_k des Fehlerintegrals irrational wurde, störte nicht sehr, da nur elf verschiedene Werte von $\frac{1}{R_k}\left((1-F(\tau R_k)\right)$ zu berechnen sind, will man bis $R_k^2 = 12$ gehen.

Die Werte der Exponentialfunktion wurden möglichst einer Tafel[1]) entnommen, zur Fehlerabschätzung der einzelnen Reihenglieder und zu der für $\Pi(\frac{1}{2})$ nötigen genaueren Rechnung dienten natürlich Multiplikationssatz und Potenzreihe dieser Funktion. — Aus siebenstelligen Tafeln[2]), die das Fehlerintegral für Vielfache von 0,01 angeben, wurde durch ein besonderes Interpolationsverfahren[3]) der gesuchte Wert dieser Funktion möglichst genau bestimmt. Trotzdem rührte hierher der größte Teil der Ungenauigkeit. Dieser Fehler ist mit einem Faktor $\leq r_3(m)$ zu multiplizieren. An den Enden der Tafel, für $z = 0$ und $z = \frac{1}{2}$, wird diese obere Grenze $r_3(m)$ erreicht, im Innern des Gebiets dagegen nicht. Daher empfiehlt sich, den Fehler von $\Pi^{(2)}$ für jedes z einzeln abzuschätzen. Da so $\Pi(\frac{1}{2})$, der wichtigste aller Werte des Grundpotentials, mit der größten Unsicherheit behaftet ist, wurde es mit größerem τ nochmals berechnet. Dadurch geht der Anteil von $\Pi^{(2)}$ zurück, wegen der Symmetrien machte diesmal andrerseits auch $\Pi^{(1)}$ nicht viel Mühe.

Um das Verhalten des Grundpotentials in den Gitterpunkten zu untersuchen, bemerke ich, daß nach Z I, § 3 folgt:

$$\lim_{\sum_{i=1}^{3} z_i^2 = 0} \left(\Pi(z) - \frac{1}{\pi \sum z_i^2} \right) = {}^{(3)}Z \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} (1)_\delta .$$

Aus Z I (18) ergibt sich:

$${}^{(3)}Z \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} (1)_\delta = -2{,}837\,29 \pm 1 .$$

Wie brauchbar die Interpolationsformel

$$\Pi(z) - \frac{1}{\pi (z_1^2 + z_2^2 + z_3^2)} \to -2{,}837\,29 \pm 1 \qquad (6)$$

für $z \to 0$ ist, geht daraus hervor, daß für $z_1 = z_2 = 0$, $z_3 = {}_1{}^1{}_2$ der Unterschied beider Seiten von (6) unter $\frac{1}{3}$ Promille des Wertes von $\Pi(0, 0, {}_1{}^1{}_2)$ liegt.

1) K. Hayashi, Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen sowie der Funktionen e^x und e^{-x}. Berlin 1921.

2) E. Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung I S. 437 bis 443. Leipzig 1914.

3) Diss. I § 8, 2.

§ 2. Die Werte des Grundpotentials.

Die beigefügte Tabelle I gibt die Werte des Bornschen Grundpotentials für die 83 Punkte an, in denen die Berechnung stattgefunden hat.

Eine Figur soll den Funktionsverlauf näherungsweise darstellen. Sie besteht aus vier nebeneinander befindlichen Feldern, die $\Pi(x, y, z)$ in den Ebenen $x = 0, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}$ veranschaulichen. Von der zulässigen Beschränkung auf das Gebiet $0 \leq x \leq y \leq z \leq \frac{1}{2}$ wurde hierbei abgesehen, um die Klarheit nicht zu gefährden. In jedem Feld ist Π als Funktion von y allein für die sieben festen Werte $z = 0, {}_1{}^1{}_2, \ldots, {}_1{}^6{}_2$ gezeichnet, und zwar in zwei Maßstäben: ${}_1{}^5{}_2$ in der y-Richtung sind bei der Hauptdarstellung (ausgezogen) gleich einer Einheit, bei der Nebendarstellung (gestrichelt) gleich zehn Einheiten in der Π-Richtung[1]).

Für $x = \frac{2}{6}$ und $\frac{3}{6}$ wurden alle Linien $z = \text{konst}$ in der Hauptdarstellung wiedergegeben, für $x = 0$ und $\frac{1}{6}$ nur jene, für die $z < {}_1{}^2{}_2$. Die Nebendarstellung in niedrigerem Maßstab dient zur Ergänzung nahe des Nullpunktes, wo das Grundpotential über alle Grenzen wächst. Für $x = 0$ und $\frac{1}{6}$ wurde es für alle z gezeichnet, für $x = \frac{2}{6}$ und $\frac{3}{6}$ nur für die beiden Grenzlinien $z = 0$ und $z = \frac{1}{2}$, um einen Vergleich mit den andern Kurvenscharen zu ermöglichen.

In den berechneten Punkten allein betrachtet, ergibt sich die Funktion als monoton fallend in jeder Veränderlichen, solange diese zwischen 0 und $\frac{1}{2}$ ausschließlich liegen. Insbesondere ist $\Pi(\frac{1}{2})$ der kleinste aller berechneten Werte.

Im ganzen muß man den Funktionsverlauf trotz der drei Veränderlichen als recht übersichtlich bezeichnen — ein Ansporn für Mathematiker und Physiker neben den bereits vorhandenen analytischen Darstellungen nach einer solchen zu suchen, in der die einfachen Monotonieeigenschaften zum Ausdruck kommen. Über die — nur für Zetafunktionen erster Ordnung ganz erfolgreichen — Versuche allgemeinere Monotoniefragen dieser Art zu lösen, vgl. Diss. I, §§ 5, 6, 10.

§ 3. Die Aufbauarbeit einiger regulärer Kristalle.

1. Die Kenntnis des Grundpotentials ermöglicht die Berechnung der Aufbauarbeit regulärer Kristalle bei Newtonscher Kraftfunktion ($s = 1$), die als erste Näherung stets zunächst in Betracht kommt. Dabei sind die „Ladungen" ε_ν

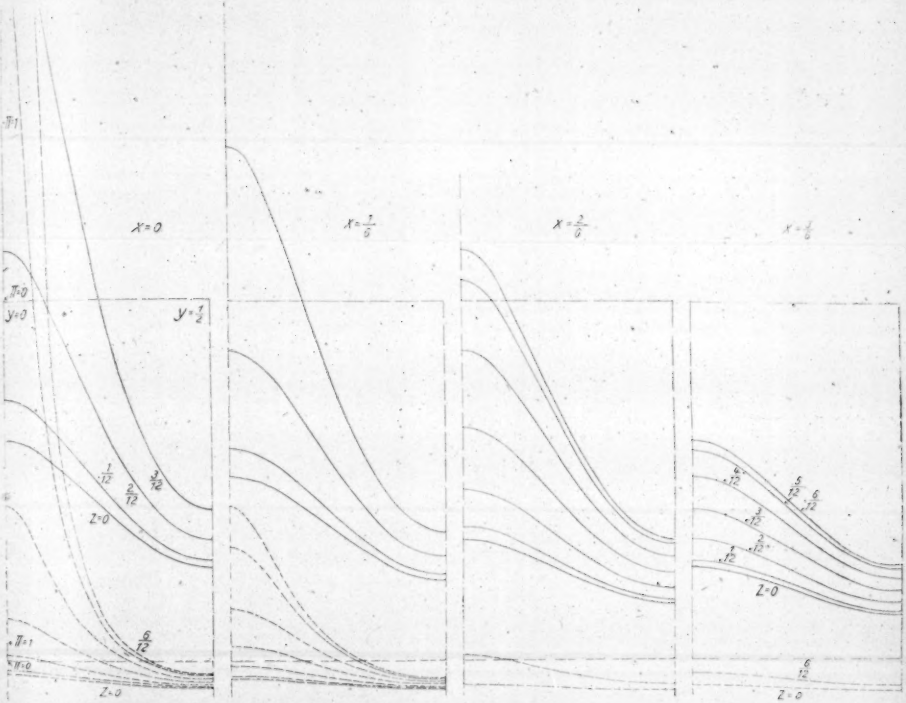
1) Die Achsen der Hauptdarstellung sind strichpunktiert, die der Nebendarstellung in paarweise vereinigten Strichen gezeichnet. Die Nullinie der Hauptzeichnung liegt 2 Haupteinheiten = 20 Nebeneinheiten über der der Nebenzeichnung.

Tabelle I.

Bornsches Grundpotential $\Pi(x, y, z)$.

x	y	z	Π	x	y	z	Π	x	y	z	Π
0	0	$\frac{1}{12}$	43,011 $7\frac{35}{13}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	12,477 $2\frac{80}{68}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{1}$	$-1{,}200$ $2\frac{69}{76}$
		$\frac{1}{6}$	8,673 $9\frac{68}{58}$			$\frac{1}{6}$	4,874 $5\frac{50}{41}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}282$ $1\frac{54}{62}$
		$\frac{1}{4}$	2,383 $3\frac{64}{65}$			$\frac{1}{4}$	1,471 $8\frac{35}{27}$			$\frac{1}{3}$	$-1{,}203$ $40\frac{0}{6}$
		$\frac{1}{3}$	0,280 $6\frac{45}{36}$			$\frac{1}{3}$	$-0{,}031$ $81\frac{0}{7}$			$\frac{5}{12}$	$-1{,}365$ $3\frac{79}{85}$
		$\frac{5}{12}$	$-0{,}546$ $7\frac{30}{40}$			$\frac{5}{12}$	$-0{,}692$ $31\frac{1}{9}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}420$ $3\frac{78}{85}$
		$\frac{1}{2}$	$-0{,}774$ $3\frac{80}{92}$			$\frac{1}{2}$	$-0{,}881$ $8\frac{68}{78}$		$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$-1{,}476$ $\frac{794}{802}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$		20,105 $\frac{301}{300}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$		2,360 $\frac{300}{291}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}515$ $7\frac{77}{86}$
		$\frac{1}{6}$	6,392 $4\frac{92}{83}$			$\frac{1}{4}$	0,603 $\frac{205}{198}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-1{,}549$ $5\frac{55}{63}$
		$\frac{1}{4}$	1,881 $1\frac{83}{74}$			$\frac{1}{3}$	$-0{,}383$ $88\frac{2}{9}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-0{,}873$ $7\frac{79}{85}$
		$\frac{1}{3}$	0,115 $0\frac{99}{87}$			$\frac{5}{12}$	$-0{,}871$ $4\frac{27}{83}$			$\frac{1}{3}$	$-1{,}160$ $6\frac{33}{40}$
		$\frac{5}{12}$	$-0{,}622$ $3\frac{58}{67}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}018$ $2\frac{39}{48}$			$\frac{5}{12}$	$-1{,}339$ $81\frac{1}{8}$
		$\frac{1}{2}$	$-0{,}829$ $7\frac{50}{61}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$		$-0{,}209$ $74\frac{1}{7}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}400$ $0\frac{27}{34}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$		2,988 $2\frac{45}{37}$			$\frac{1}{3}$	$-0{,}772$ $4\frac{08}{15}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-1{,}346$ $4\frac{64}{71}$
		$\frac{1}{4}$	0,848 $6\frac{80}{77}$			$\frac{5}{12}$	$-1{,}090$ $7\frac{68}{73}$			$\frac{5}{12}$	$-1{,}469$ $\frac{694}{101}$
		$\frac{1}{3}$	$-0{,}277$ $28\frac{1}{8}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}191$ $46\frac{0}{7}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}511$ $\frac{499}{506}$
		$\frac{5}{12}$	$-0{,}814$ $84\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		$-1{,}090$ $1\frac{18}{26}$		$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$-1{,}557$ $9\frac{54}{62}$
		$\frac{1}{2}$	$-0{,}974$ $31\frac{1}{9}$			$\frac{5}{12}$	$-1{,}285$ $73\frac{0}{7}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}589$ $3\frac{54}{63}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$		$-0{,}080$ $3\frac{55}{62}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}351$ $2\frac{28}{35}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-1{,}617$ $1\frac{04}{12}$
		$\frac{1}{3}$	$-0{,}705$ $7\frac{77}{85}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$		$-1{,}415$ $4\frac{87}{95}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-1{,}477$ $\frac{798}{806}$
		$\frac{5}{12}$	$-1{,}048$ $9\frac{83}{90}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}460$ $5\frac{54}{63}$			$\frac{5}{12}$	$-1{,}567$ $4\frac{33}{42}$
		$\frac{1}{2}$	$-1{,}157$ $2\frac{73}{82}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		$-1{,}500$ $6\frac{09}{19}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}598$ $\frac{991}{000}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		$-1{,}046$ $6\frac{46}{54}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$-1{,}115$ $\frac{404}{395}$		$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$-1{,}635$ $\frac{393}{402}$
		$\frac{5}{12}$	$-1{,}255$ $7\frac{36}{44}$			$\frac{1}{4}$	0,046 $9\frac{10}{03}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}660$ $8\frac{75}{84}$
		$\frac{1}{2}$	$-1{,}325$ $3\frac{76}{84}$			$\frac{1}{3}$	$-0{,}646$ $\frac{194}{200}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-1{,}683$ $0\frac{87}{97}$
$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$		$-1{,}392$ $6\frac{29}{39}$			$\frac{5}{12}$	$-1{,}017$ $85\frac{1}{9}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$-1{,}691$ $9\frac{50}{61}$
		$\frac{1}{2}$	$-1{,}440$ $0\frac{44}{55}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}133$ $8\frac{59}{67}$			$\frac{1}{2}$	$-1{,}711$ $9\frac{78}{92}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		$-1{,}480$ $3\frac{81}{93}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$		$-0{,}522$ $45\frac{1}{7}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-1{,}730$ $4\frac{25}{44}$
						$\frac{1}{3}$	0,949 $21\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-1{,}747$ $56\frac{73}{82}$

Von den letzten (kleiner gedruckten) Ziffern geben die oberen eine obere, die unteren eine untere Grenze des betr. Wertes des Grundpotentials.



eines Punktes $\mathfrak{p}$ gleich der Summe der elektrostatischen Ladungen der Bestandteile des Ions, das man sich in diesem Punkt denkt.

Die Berechnung der Aufbauarbeit soll für die kubisch kristallisierenden Salze erfolgen, die wie

$$NaCl,\ MgO,\ CsCl,\ ZnS,\ Cu_2O,\ CaF_2$$

gebaut sind.

Die Kante des Einheitswürfels sei a, die des Grundwürfels $na \cdot N = n^3$. $-e$ sei die Ladung des Elektrons.

2. Nach Z I ist die Aufbauarbeit für den Grundwürfel

$$\Psi = \tfrac{1}{2} \sum_{\mathfrak{p}} \xi_{\mathfrak{p}}\, {}^{(3)}Z \begin{vmatrix} 0 \\ p \\ n \end{vmatrix} (1)_q, \qquad (7)$$

wo die Moduln der quadratischen Form q:

$$\mathfrak{a}_j \mathfrak{a}_j = a^2; \quad \mathfrak{a}_j \mathfrak{a}_l = 0 \quad \text{für} \quad j \neq l,$$

also:

$$a_{\varkappa\lambda} = a^2 \delta_{\varkappa\lambda};$$

$$\Psi = \frac{e^2}{2a} \cdot \sum_{0 \leq p_1 < p_2 < p_3 < \frac{n}{2}} H \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \mu_{\mathfrak{p}}, \qquad (7,1)$$

wenn

$$e^2 \mu_{\mathfrak{p}} = \Sigma \xi_{\mathfrak{p}} \qquad (7,2)$$

„**Hilfsmassen**" bedeuten, bei denen die Summe über alle Vertauschungen von p_j untereinander und bei $p_j \neq 0$ mit $n - p_j$ zu erstrecken ist, da für diese H sich wegen seiner 48fachen Symmetrie nicht ändert und $\mathfrak{p}$ im Würfel $0 \leqq p_j < n$ bleibt.

Die Zusammenfassung der Koordinaten zu Hilfsmassen erleichtert die Berechnung, sie verringert nämlich die Zahl der Multiplikationen mit den Werten von H.

Ich setze

$$\frac{1}{e^2} \cdot N \xi_{\mathfrak{p}} = A^2 + B^2, \qquad (8)$$

so daß nach Z I (7)

Tabelle II.

Berechnung der Hilfsmassen.

Anordnung	H	$\mathfrak{p}$	A	B	$\frac{N}{e^2}\cdot\xi_{\mathfrak{p}}$	Anzahl	Summe $= N\mu_{\mathfrak{p}}$
$4\,NaCl.\quad n=2;\ N=8$	—	001	0	0	0	3	—
	—	011	0	0	0	3	—
$\frac{\varepsilon_0}{e^2}=8$	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$	111	8	0	64	1	64
$\frac{\varepsilon_{\mathfrak{p}}}{e}$ [1] $=$ $1:\mathfrak{p}=000,\ 011,\ 101,\ 110;$							
$-1\quad 111,\ 100,\ 010,\ 001.$					$N-1=7$		$64=N\frac{\varepsilon_0}{e^2}$
$4\,MgO.\quad n=2;\ N=8$	—	001	0	0	0	3	—
	—	011	0	„	„	3	—
$\frac{\varepsilon_0}{e^2}=8.4$	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$	111	$8\cdot2$	„	$64\cdot4$	1	$64\cdot4$
$\frac{\varepsilon_{\mathfrak{p}}}{e}$ [1] $\geq$ $2:\mathfrak{p}=000,\ 011,\ 101,\ 110;$							
$-2\quad 111,\ 100,\ 010,\ 001.$					$N-1=7$		$64\cdot4=N\frac{\varepsilon_0}{e^2}$
$CaCl.\quad n=2;\ N=8$	—	011	0	0	0	3	—
	$0\ 0\ \frac{1}{2}$	001	2	„	4	3	12
$\frac{\varepsilon_0}{e^2}=2$	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$	111	2	„	„	1	4
$\frac{\varepsilon_{\mathfrak{p}}}{e}$ [1] $=$ $1:\mathfrak{p}=000$							
$-1\quad 111$					$N-1=7$		$16=N\frac{\varepsilon_0}{e^2}$
$4\,ZnS.\quad n=4;\ N=4^3$	—	001	0	0	0	6	—
	—	011	„	„	„	6	—
	—	012	„	„	„	12	—
$\frac{\varepsilon_0}{e^2}=8.4$	—	013	„	„	„	6	—
$\frac{\varepsilon_{\mathfrak{p}}}{e}$ [1] $=$ $2:\mathfrak{p}=000,\ 022,\ 202,\ 220;$	—	022	„	„	„	3	—
$-2\quad 111,\ 133,\ 313,\ 331.$	—	112	„	„	„	6	—
	—	122	„	„	„	6	—
	—	123	„	„	„	6	—
	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}$	111	$4\cdot2$	$4\cdot2$	$32\cdot4$	2	$8\cdot32\cdot4$
		113	$4\cdot2$	$-4\cdot2$	„	6	
	$0\ 0\ \frac{1}{2}$	002	$8\cdot2$	0	$64\cdot4$	3	$3\cdot64\cdot4$
	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$	222	$8\cdot2$	0	„	1	$64\cdot4$
					$N-1=63$		$8\cdot64\cdot4=N\frac{\varepsilon_0}{e^2}$
$4\,CaF_2.\quad n=4;\ N=4^3$	—	001	0	0	0	6	—
$\frac{\varepsilon_{\mathfrak{p}}}{e}$ [1] $=$ $2:\mathfrak{p}=000,\ 022,\ 202,\ 220;$	—	221	„	„	„	6	—
$-1\quad 111,\ 311,\ 131,\ 113,$	—	012	„	„	„	12	—
$333,\ 133,\ 313,\ 331.$	—	011	„	„	„	6	—
	—	123	„	„	„	6	—
[2]	—	112	„	„	„	6	—
	—	013	„	„	„	6	—
$\frac{\varepsilon_0}{e^2}=4.4+8.1=24$	—	022	„	„	„	3	—
	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}$	111	$4\cdot2$	„	$16\cdot4$	2	$8\cdot16\cdot5$
		113	$4\cdot2$	„	„	6	
	$0\ 0\ \frac{1}{2}$	002	$8\cdot2$	„	$64\cdot4$	3	$3\cdot64\cdot4$
	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$	222	„	„	„	1	$64\cdot4$
					$N-1=63$		$6\cdot64\cdot4=N\frac{\varepsilon_0}{e^2}$

1) Niggli, Naturwissenschaften **10**, 395, 1922 (v. Laue-Heft); bei Cu_2O unter Berücksichtigung, daß dort versehentlich Cu und O in ihren Plätzen vertauscht wurden.

2) ξ bleibt ungeändert, wenn sich zwei Indizes gleichzeitig um zwei ändern.

Tabelle II (Fortsetzung).

Anordnung	II	$\mathfrak{p}$	A	B	$\frac{N}{e^2}\cdot\xi_{\mathfrak{p}}$	Anzahl	Summe $= N\mu_{\mathfrak{p}}$
$2\,CuO$. $n=4$; $N=4^3$	—	022	0	0	0	3	—
$\frac{\varepsilon_0}{e^2}=2\cdot4+4\cdot1=12$	0 0 $\frac{1}{4}$	001	„	−2	4	6	$3\cdot8$
$\frac{\varepsilon_{\mathfrak{p}}}{e}$ [1] $=$ -2: $\mathfrak{p}=000,\ 222;$	0 0 $\frac{1}{2}$	002	−8	0	64	3	$24\cdot8$
1 111, 133,	0 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$	011	−4	„	16	6	$24\cdot8$
313, 331.		013	„	„	„	6	
[2]	0 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$	012	0	−2	4	12	$6\cdot8$
	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$	111	„	2	„	2	$4\cdot8$
		113	„	−2	„	6	
	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	112	−4	0	16	6	$24\cdot8$
		123	„	„	„	6	
	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ 1	122	0	−2	4	6	$3\cdot8$
	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	222	−8	0	64	1	$8\cdot8$
					$N-1=63$		$96\cdot8=N\frac{\varepsilon_0}{e^2}$

1) 2) vgl. Anmerkung auf vorhergehender Seite.

$$\sum_{\mathfrak{q}}{}' \frac{\varepsilon_{\mathfrak{q}}}{e}\cdot\cos 2\pi\left(\frac{\mathfrak{q}\,\mathfrak{p}}{n}\right)=A\left(\frac{\mathfrak{p}}{n}\right), \qquad (8,1)$$

$$\sum_{\mathfrak{q}}{}' \frac{\varepsilon_{\mathfrak{q}}}{e}\cdot\sin 2\pi\left(\frac{\mathfrak{q}\,\mathfrak{p}}{n}\right)=B\left(\frac{\mathfrak{p}}{n}\right). \qquad (8,2)$$

Die erste Aufgabe ist die Berechnung der Koordinaten $\xi_{\mathfrak{p}}$. Allgemein ist

$$\xi_{\mathfrak{p}}=\xi_{-\mathfrak{p}}; \qquad (9,1)$$

für neutrales Gitter, das hier allein vorkommt:

$$\xi_0=0. \qquad (9,2)$$

Die Berechnung braucht daher nur für einen Teil der Punkte $\mathfrak{p}$ („ungefähr" die Hälfte) zu erfolgen.

Bei den oben genannten Kristallen kommt als Erleichterung dazu, daß die drei Richtungen gleichberechtigt sind. Die Anzahl der zu einem $\mathfrak{p}$, für das die ξ-Berechnung ausgeführt wurde, gehörigen gleichberechtigten Punkte ist in einer Spalte der Tabelle II unter „Anzahl" angegeben. Mit Hilfe der in den vorangehenden Spalten angegebenen Koordinaten ergibt sich hieraus die Hilfsmasse, die in der letzten Spalte als „Summe" zusammengefaßt ist.

Bei den drei Kristallen mit $n=4$ (ZnS, Cu_2O, CaF_2) ergab sich eine weitere Erleichterung dadurch, daß $\xi_{\mathfrak{p}}$ sich nicht ändert, wenn zwei der p_i um je zwei vergrößert werden. Derartige ξ können zwar in Tabelle II nicht in einer Zeile zusammengefaßt werden, sofern sie zu verschiedenen Werten von II gehören, trotzdem brauchte ihre Berechnung nur einmal zu erfolgen. Die Größen A und B wurden aus den oben mitgeteilten Formeln berechnet. Einer Erläuterung bedarf höchstens die Bezeichnung der Kristallarten. Die Zahl vor der Formel der Moleküle, z. B. „4 $NaCl$", gibt an, wieviel davon auf den Grundwürfel entfallen. (Durch diese Schreibweise soll dem Begriff des Moleküls im Kristall keinerlei Bedeutung zugesprochen werden.)

In allen Fällen gibt es zwei Möglichkeiten, das Ergebnis auf seine Richtigkeit zu prüfen:

a) die Anzahl der berücksichtigten Gitterpunkte ist insgesamt $N-1$, da $\xi_0=0$ nicht aufgeschrieben zu werden braucht;

b) es ist

$$\sum_{\mathfrak{p}}{}' \frac{N}{e^2}\xi_{\mathfrak{p}}=\Sigma N\cdot\mu_{\mathfrak{p}}=\frac{N}{e^2}\cdot s_0. \qquad (9,3)$$

Die Proben sind am Schluß der Berechnung jedes Kristalls ausgeführt.

3. Die Hilfsmassen aus Tabelle II ergeben die Aufbauarbeit eines Grundwürfels. Aus dieser, z. B. $\Psi_{4\,NaCl}$, wurde die auf ein „Molekül" (eine „Zelle") entfallende Arbeit — z. B.

$$\Psi_{NaCl}=\tfrac{1}{4}\,\Psi_{4\,NaCl}$$

entnommen. Es ist:

$$8\,\Psi_{4\,NaCl} = \frac{e^2}{2a}\cdot 64\,H\left(\tfrac{1}{2}\right),$$

$$8\,\Psi_{CsCl} = \frac{e^2}{2a}\left(12\,H(0\,0\,\tfrac{1}{2}) + 4\,H(\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2})\right),$$

$$4^2\,\Psi_{4\,ZnS} = \frac{e^2}{2a}\,64\cdot 4\left(4\,H(\tfrac{1}{4}\,\tfrac{1}{4}\,\tfrac{1}{4}) + 3\,H(0\,0\,\tfrac{1}{2}) + H(\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2})\right),$$

$$4^3\,\Psi_{4\,CaF_2} = \frac{e^2}{2a}\,64\cdot 4\left(2\,H(\tfrac{1}{4}\,\tfrac{1}{4}\,\tfrac{1}{4}) + 3\,H(0\,0\,\tfrac{1}{2}) + H(\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2})\right),$$

$$4^3\,\Psi_{4\,Cu_2O} = \frac{e^2}{2a}\cdot 32\left(\tfrac{3}{4}\,H(0\,0\,\tfrac{1}{4}) + 6\,H(0\,0\,\tfrac{1}{2}) + 2\,H(\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}) + 6\,H(0\,\tfrac{1}{4}\,\tfrac{1}{4}) + \tfrac{3}{2}\,H(0\,\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2})\right.$$
$$\left. + H(\tfrac{1}{4}\,\tfrac{1}{4}\,\tfrac{1}{4}) + 6\,H(\tfrac{1}{4}\,\tfrac{1}{4}\,\tfrac{1}{2}) + \tfrac{3}{4}\,H(\tfrac{1}{4}\,\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2})\right).$$

Die Werte des Grundpotentials (Tabelle I) ergeben:

$$\Psi_{NaCl} = -\frac{e^2}{2a}\cdot 3{,}495\,115 \pm 2$$

$$\Psi_{MgO} = -\frac{e^2}{2a}\cdot 13{,}980\,461 \pm 5$$

$$\Psi_{ZnS} = -\frac{e^2}{2a}\cdot 7{,}565\,84 \pm 3$$

$$\Psi_{CaF_2} = -\frac{e^2}{2a}\cdot 5{,}818\,28 \pm 3$$

$$\Psi_{CsCl} = -\frac{e^2}{2a}\cdot 2{,}035\,356 \pm 10$$

$$\Psi_{Cu_2O} = -\frac{e^2}{2a}\cdot 4{,}752\,19 \pm 25$$

Werte der vier ersten Größen sind bereits von den Herren Madelung[1]), Born[2])[4]), Landé[2])[5]), Ewald[3]) und Frl. Bormann[4])[5]) mitgeteilt, für die letzten beiden Zahlen sind mir von andrer Seite berechnete Werte nicht bekannt, bei Ψ_{Cu_2O} treten auch bereits merkliche Erschwerungen auf, sobald man nicht jede Vereinfachungsmöglichkeit ausnützt.

4. Für nicht-kubische Gitter berechnet man die Aufbauarbeit in ähnlicher Weise mittels des dazugehörigen allgemeinen Grundpotentials. Da man jedoch jedes Gitter mit beliebiger Genauigkeit durch ein würfelförmiges mit kleinerer Würfelkante annähern kann, kommt man auch mit dem Bornschen Grundpotential aus; je größer die erstrebte Genauigkeit, um so größer muß dann allerdings die auf Berechnung der Hilfsmassen verwandte Mühe sein.

Bei kubischem Gitter war die Strecke a der größte gemeinsame Teiler der relativen Koordinaten aller Ionenpunkte zueinander in bezug auf ein mit den Würfelkanten gleichgerichtetes rechtwinkliges Koordinatensystem. Auch wenn sich die Ionenanordnung leichter durch ein schiefwinkliges oder rechtkantiges nicht würfelförmiges Gitter beschreiben läßt, kann es vorkommen, daß in bezug auf drei zueinander senkrechte Richtungen die relativen Koordinaten der Ionenpunkte einen größten gemeinsamen Teiler besitzen. In diesem Fall ist Zurückführung auf das Bornsche Grundpotential möglich. Infolge der beschränkten Genauigkeit, mit der die Lage der Ionen zueinander bekannt ist, läßt sich dies ohne Verstoß gegen die Ergebnisse der Kristallaufnahme stets erreichen.

Köln a. Rh., 11. Januar 1923.

(Eingegangen 15. Januar 1923.)

1) Diese Zeitschr. **19**, 531, 1918.
2) Ann. d. Phys. IV. **61**, 92 u. 105, 1919.
3) Ann. d. Phys. IV. **64**, 279 u. 284, 1921.
4) Zeitschr. f. Phys. **1**, 251, 1920.
5) Zeitschr. f. Phys. **1**, 56, 1920.

Bemerkungen über Serienspektren, an deren Emission mehr als ein Elektron beteiligt ist.

Von Gregor Wentzel.

§ 1. Neon.

In letzter Zeit sind mehrere hoffnungsvolle Ansätze gemacht worden, kompliziertere Linienspektren in großen Zügen modellmäßig zu deuten auf Grund der Annahme, daß an der Emission dieser Spektren außer dem eigentlichen Serienelektron noch ein zweites Elektron beteiligt sei. Zum erstenmal hat W. Grotrian[1]) auf diese Weise eine Eigentümlichkeit des Neonspektrums erklären können. Die Terme desselben gliedern sich nach Paschen[2]) bekanntlich in Ritzsche und nicht-Ritzsche Terme; die ersteren genügen der Ritzschen Formel von vornherein, die anderen erst nach Addition eines konstanten Betrages 782 cm^{-1}. Das neutrale

1) Zeitschr. f. Phys. **8**, 116, 1921.
2) Ann. d. Phys. **60**, 405, 1919 u. **63**, 201, 1920.

Neonatom besitzt 2 K- (1_1-), 4 L_1- (2_2-) und 4 L_2- (2_1-)Elektronen (Bohr)[1]. Nach Grotrian wird nun ein Ritzscher oder nicht Ritzscher Term angeregt, jenachdem ein 2_2- oder ein 2_1-Elektron aus dem Verband der L-Schale in eine äußere Bahn (n_k) geworfen wird. Die Verteilung der Elektronen in den verschiedenen Atomzuständen möge durch die folgende Tabelle angedeutet werden:

	1_1	2_1	2_2	n_k
Normaler Zustand	2	4	4	0
Ritzscher Zustand	2	4	3	1
nicht-Ritzscher Zustand .	2	3	4	1

Daraus ersieht man, daß immer, wenn ein Ritzscher und ein nicht-Ritzscher Term miteinander kombinieren, außer dem Übergang des äußeren Elektrons (n_k) auch ein Übergang eines L-Elektrons (aus dem 2_2- in den 2_1-Zustand oder umgekehrt) stattfinden muß.

Fig. 1 stellt die Energiestufen des Neonatoms schematisch dar. Nullniveau ist der normale Zustand (N). Nach oben abgetragen sind die Atomenergien bzw. Anregungsarbeiten (dividiert durch hc), und zwar für zwei entsprechende angeregte Zustände A der Ritzschen bzw. nicht-Ritzschen Reihe (A_1 bzw. A_2), sowie für die

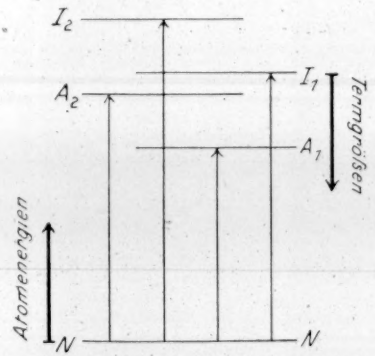


Fig. 1.

den beiden Reihen entsprechenden ionisierten Zustände I (I_1 bzw. I_2), welche der Entfernung eines 2_2 bzw. 2_1-Elektrons ins Unendliche entsprechen. Die Ionisierungsarbeit I_1 (I_2) ist kleiner als die anologe Ionisierungsarbeit I_2 (I_2); die Differenz $I_2 - I_1$ stellt die Übergangsarbeit aus dem 2_1- in den 2_2-Zustand dar und ist gleichbedeutend mit der Differenz $L_2 - L_1$ der Röntgenabsorptionskanten. Ihren Zahlwert extrapoliert Grotrian aus den Röntgenspektren der schwereren Elemente; derselbe stimmt mit dem Paschenschen Betrage $782\,\mathrm{cm}^{-1}$ überein.

Die Differenzen $I_1 - A_1$ und $I_2 - A_2$ haben die Bedeutung von Ionisierungsarbeiten angeregter Atomzustände, und man muß daher erwarten, daß dieselben einer Ritzschen Formel genügen. Die Spektroskopiker pflegen aber die Termgrößen durch die Differenzen $I_1 - A$ zu messen (vgl. Fig. 1); man versteht daher, daß der zu A_1 gehörige Term $I_1 - A_1$ von vornherein Ritzisch ist, der zu A_2 gehörige Term $I_1 - A_2$ dagegen erst nach Addition der Größe $I_2 - I_1 = 782\,\mathrm{cm}^{-1}$. Würde man die Terme, was natürlich möglich ist, von I_2 statt von I_1 aus messen[1]), so würden sie in ihrer Eigenschaft als Ritzsche oder nicht Ritzsche Terme ihre Rollen vertauschen.

Die Ionisierungsarbeiten $I_1 - A_1$ und $I_2 - A_2$ unterscheiden sich lediglich in der Wechselwirkung zwischen Atomrumpf und Serienelektron. Dieser Unterschied in den Wechselwirkungen wird aber, da sich das Serienelektron bei Neon im allgemeinen weit außerhalb des Rumpfes bewegt, sehr klein sein (auch gegen $I_2 - I_1$); es wird sich also $A_2 - A_1$ im allgemeinen nur sehr wenig von $I_2 - I_1 = 782\,\mathrm{cm}^{-1}$ unterscheiden. Betrachten wir nun außer dem Termpaar A_1, A_2 ein anderes A_1', A_2' und ihre wechselseitigen Kombinationen, so folgt, daß auch $A_2' - A_1'$ nahezu gleich $782\,\mathrm{cm}^{-1}$ und demnach die Differenz $(A_2 - A_2') - (A_1 - A_1')$ sehr klein sein wird (vgl. Fig. 2). Hieraus ver-

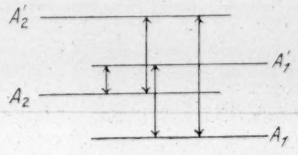


Fig. 2.

steht man, daß eine Linie, die einem Übergang eines Ritzschen Zustandes in einen ebensolchen entspricht ($A_1 A_1'$), häufig von einer anderen Linie begleitet ist, welche der Kombination der analogen nicht-Ritzschen Terme ($A_2 A_2'$) entspricht, während die den kreuzweisen Kombinationen ($A_1 A_2'$ und $A_2 A_1'$) entsprechenden Linien ungefähr im Abstande $782\,\mathrm{cm}^{-1}$ nach größeren und kleineren Frequenzen liegen (vgl. Fig. 2).

1) Ein n_k-Elektron ist (nach Bohr) ein Elektron in einer Bahn von der Hauptquantenzahl n und der azimutalen Quantenzahl k.

1) Dies hätte den Vorteil, daß negative Termgrößen unter allen Umständen vermieden würden.

§ 2. Die Erdalkalien.

In einem anderen Falle hat Bohr[1]) die Beteiligung eines zweiten Elektrons an der Serienemission in Erwägung gezogen, und zwar zur Deutung einiger sog. gestrichener Terme (p', d') in den Bogenspektren von *Ca, Sr, Ba*, deren formale quantentheoretische Analyse wir R. Götze[2]) verdanken. Wir möchten nun darauf hinweisen, daß die diesbezüglichen Überlegungen von Bohr denen von Grotrian weitgehend parallel laufen, und geben sie, um dies zu zeigen, in engem Anschluß an unsere Darstellung in § 1 wieder, zunächst unter Beschränkung auf das *Ca*-Spektrum.

Im normalen *Ca*-Atom (Grundzustand) befinden sich nach Bohr beide Valenzelektronen in 4_1-Bahnen. Die gewöhnlichen *Ca*-Bogenterme (Einfach- und Tripletterme) werden angeregt, wenn nur eines der beiden Valenzelektronen auf eine äußere Bahn befördert wird. Wird aber auch das andere Valenzelektron angegriffen, und zwar speziell auf eine 3_3-Bahn[3]) geworfen, so resultieren die genannten Terme p', d'. Die letzteren bezeichnen wir im Anschluß an § 1 mit A_2, zur Unterscheidung von den gewöhnlichen Termen A_1. Die zugehörigen ionisierten Zustände I_1 bzw. I_2 sind dadurch unterschieden, daß das eine zurückgebliebene Valenzelektron sich in einer 4_1- bzw. 3_3-Bahn befindet. Gerade diese Zustände des Ca^+-Ions sind uns aber aus dem *Ca*-Funkenspektrum als Terme $1s^+$ bzw. $3d^+$ (einfacher bzw. Dubletterm) wohlbekannt. $1s^+$ ist der stabile Grundzustand des Ca^+-Ions, und der Zustand $3d^+$ hat die bemerkenswerte Eigenschaft, „metastabil" zu sein (Franck), da die Kombination $1s^+ - 3d^+$ auswahlmäßig verboten ist und alle p-Energiestufen zu hoch liegen, um von $3d^+$ aus spontan erreichbar zu sein. Hierin gerade erblickt Bohr den Grund dafür, daß Terme vom Typus A_2 (p', d') im *Ca*-Spektrum überhaupt in merklicher Intensität auftreten können (s. unten).

Die Frequenzdifferenz $I_2 - I_1 = 1s^+ - 3d^+$ beträgt $1{,}37 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1}$[4]), d. h. etwa das 18fache der entsprechenden Differenz bei Neon. Dieser Unterschied in der Größenordnung gegenüber Neon ist natürlich für die Existenz der Terme A_2 und die Größe der entsprechenden Ionisierungsarbeiten $I_2 - A_2$ belanglos; wir werden deshalb in Analogie zum Neonspektrum auch bei *Ca* erwarten, daß die Termgrößen $I_1 - A_2$ sich erst nach Addition des Betrages $I_2 - I_1$ Ritzisch verhalten und daß die Differenzen $A_2 - A_1$, wenigstens bei genügend großen Dimensionen der äußeren Elektronenbahn, nur wenig von $I_2 - I_1$ verschieden sind. Hinsichtlich der Kombinationen der Terme A_2 und ihrer Intensitäten freilich bedingt die Größe der Differenz $I_2 - I_1$ gegenüber dem Neonspektrum einen wesentlichen Unterschied. Der Kleinheit von $I_2 - I_1$ bei Neon ist es zu danken, daß dort die beiden Reihen von Termen im wesentlichen gleichberechtigt sind. Wird aber die Differenz, wie bei *Ca*, von der Größenordnung der Terme selbst, so ändert sich das Bild in zweierlei Hinsicht. Die Atomzustände der zweiten Art (A_2) werden, da ihre Energiestufen wesentlich höher liegen als diejenigen der Zustände erster Art (A_1), seltener realisiert werden als diese und demnach mit geringerer Intensität im Spektrum vertreten sein; zumal die Kombinationen zwischen zwei Termen zweiter Art werden durch besonders geringe Intensität ausgezeichnet sein. Aber auch in den gekreuzten Kombinationen tritt ein scharfer Unterschied gegenüber dem Neonfalle hervor. Die hohe Lage der Energiestufen A_2 hat nämlich zur Folge, daß spontane Übergänge in der Richtung $A_1 \to A_2$ in der Regel nicht zustande kommen können. Die Stufen der zweiten Art können demnach zwar als Ausgangsniveaus, in der Regel aber nicht als Endniveaus spontaner Quantensprünge in Erscheinung treten und nehmen also auch aus diesem Grunde neben den Termen erster Art eine Sonderstellung untergeordneten Ranges ein.

Derartige Terme zweiter Art haben wir in den bei Paschen-Götze, l. c. S. 76, 77 als mp_j', md_j' bezeichneten Triplettermen vor uns, und zwar sind diese offenbar den gewöhnlichen Triplettermen $2p_i$ bzw. $3d_i$ „konjugiert" in dem Sinne, daß sie zu gleichen Quantenzuständen des äußeren Elektrons gehören. Es erscheint zweckmäßig, solchen konjugierten Termen allgemein gleiche Serienbezeichnungen zu erteilen und die Terme zweiter Art nur durch den Akzent auszuzeichnen; man hätte dann in der Paschen-Götzeschen Bezeichnung $m = 2$ bzw. 3 zu setzen. Die Terme $2p_j'$, $3d_j'$[1]) sind vorerst nur in den Kombinationen mit

1) Göttinger Vorträge, Juni 1922 (ungedruckt).

2) Ann. d. Phys. **66**. 285, 1921.

3) Das Elektron ist in der 4_1-Bahn fester gebunden als in der 3_3-Bahn, weil es auf jener in den Edelgasrumpf eindringt, auf dieser aber nicht (Bohr).

4) Vgl. etwa Paschen-Götze, Seriengesetze der Linienspektren, Berlin 1922, S. 82; oder A. Fowler, Report on series in line spectra, London 1922, S. 127. — Von der Feinstruktur der Terme sehen wir hier ab.

1) Beim Zustand $3d_j'$ befinden sich beide Valenzelektronen in 3_3-Bahnen, doch haben diese beiden Bahnen vermutlich ganz verschiedene Dimensionen und Ionisierungsspannungen. Das innere Elektron ist eigentlich nicht mehr zu den Valenzelektronen, sondern zur M-Schale zu zählen.

den ihnen konjugierten Termen bekannt[1]), d. h. in solchen Quantensprüngen, bei denen das innere Elektron aus dem 3_3- in den normalen 4_1-Zustand zurückfällt, das äußere Elektron aber seinen Quantenzustand 4_2 ($2p$) bzw. 3_3 ($3d$) unverändert beibehält. Die Frequenzen der betr. Liniengruppen sind ungefähr:

$$2p - 2p' = 2{,}23 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1},$$
$$3d - 3d' = 1{,}79 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1};$$

sie stellen zugleich die Differenzen $A_2 - A_1$ konjugierter Terme dar. Diese fallen also in die Größenordnung der Differenz

$$I_2 - I_1 = 1{,}37 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1},$$

und zwar konvergieren sie anscheinend mit wachsender Laufnummer, d. h. mit wachsenden Dimensionen der äußeren Elektronenbahn, gegen $I_2 - I_1$, wie oben gefordert wurde. Daß die Differenzen $A_2 - A_1$ hier so viel stärker als bei Neon von $I_2 - I_1$ abweichen, erklärt sich aus der größeren Wechselwirkung der beiden Serienelektronen. Ob die Terme p', d' auch nach Addition des Betrages $1{,}37 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1}$ einer Ritzschen Formel genügen, wird sich erst nach Auffindung höherer Glieder mp', md' prüfen lassen.

Bei *Sr* und *Ba* sind die Verhältnisse ähnlich denen bei *Ca*. Modellmäßig besteht der Unterschied darin, daß die 4_1- bzw. 3_3-Bahnen der *Ca*-Valenzelektronen durch 5_1- bzw. 4_3-Bahnen der *Sr*-Elektronen und durch 6_1- bzw. 5_3-Bahnen der *Ba*-Elektronen ersetzt sind (Bohr). Die Zahlwerte für die Termdifferenzen $I_2 - I_1$ und $A_2 - A_1$ ergeben sich wie folgt:

$$Sr\left\{\begin{array}{rl} 2p - 2p' &= 2{,}09 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1} \\ 3d - 3d' &= 1{,}82 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1} \\ I_2 - I_1 = 1s^+ - 3d^+ &= 1{,}47 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1} \end{array}\right.$$

$$Ba\left\{\begin{array}{rl} 3d - 3d' &= 1{,}5 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1} \\ I_2 - I_1 = 1s^+ - 3d^+ &= 0{,}5 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1} \end{array}\right.$$

Wie oben bemerkt wurde, hängt das Auftreten der (Bogen-)Terme p', d' nach Bohr mit der Metastabilität des (Funken-)Termes $3d^+$ im positiven Ion zusammen. Das metastabile Ion kann sich während seiner langen Lebensdauer durch Einfangung eines Elektrons neutralisieren; dann aber werden die Störungen des neu gebundenen Elektrons veranlassen, daß das innere Elektron unter Durchbrechung des Auswahlprinzips aus dem $3d$- in den $1s$-Zustand zurückfällt. Befindet sich das äußere Elektron während dieses Vorganges im Zustande $2p$ oder $3d$, so werden dabei die Linien $2p - 2p'$ bzw. $3d - 3d'$ des Bogenspektrums emittiert. Diese Bohrsche Anschauung wird namentlich dadurch gestützt, daß bei *Mg*, dessen Funkenspektrum keinen metastabilen Term aufweist, im Bogenspektrum auch keine Liniengruppen bekannt sind, die man als Gruppen $2p - 2p'$, $3d - 3d'$ ansprechen möchte[1]).

§ 3. Chrom, Mangan.

a) Metastabile *D*-Terme (erster Art) in den Bogenspektren.

Geht man im periodischen System der Elemente von *Ca* aus in der Reihe wachsender Atomgewichte vorwärts, so gelangt man über *Sc*, *Ti*, *V*, *Cr* und *Mn* zur Eisentriade. Im Bereich dieser Elemente vollzieht sich nach Bohr der Umbau der dreiquantigen Elektronengruppe (*M*-Schale) aus einer Achter- zu einer Achtzehner-Konfiguration. Der Grund hierfür liegt nach der Anschauung von Bohr in dem Umstande, daß bei den betr. Atomen und ihren Ionen die Bindung der Elektronen in 3_3-Bahnen beinahe ebenso fest und manchmal sogar fester ist als die Bindung in 4_1-Bahnen. Ein erstes Anzeichen hierfür erblickt Bohr in der schon erwähnten anormalen Größe des $3d^+$-Terms von Ca^+. Um so mehr werden wir bei den folgenden Elementen anormal große $3d$-Terme zu erwarten haben.

Diese Erwartung finden wir in den Bogenspektren von *Mn* und *Cr* bestätigt, welche in letzter Zeit von verschiedenen Seiten, namentlich hinsichtlich ihrer Feinstruktur, untersucht worden sind[2]). Im *Mn*-Spektrum ist der nächst dem Grundterm $1S(4_1)$ größte Term ein fünffacher (metastabiler!) *D*-Term[3]), der (wegen $k = 3$) offenbar einem 3_3-Zustande des Serienelektrons entspricht; er ist um etwa $1{,}7 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1}$ kleiner als der Grundterm. Genau analog, aber noch charakteristischer sind die Verhältnisse bei *Cr*; hier liegt der fünffache metastabile *D*-Term dem einfachen Grundterm $1S$[4]) so nahe, daß

1) Vgl. die folgende Anm. 1).

1) Bemerkenswerterweise gibt es in den Erdalkalispektren außer den oben besprochenen Termen $2p'$, $3d'$ noch andere anormale („gestrichene") Terme, welche auch bei *Mg* und *Be* vorkommen, also sicher nichts mit dem metastabilen Funkenterm zu tun haben können. Man vergleiche Paschen u. Götze, l. c. S. 71, 72, 75, 77, 87, 101. Möglicherweise sind diese Terme ähnlichen Ursprungs wie $2p'$, $3d'$ (Terme „dritter Art"), indem sie zu anderen Zuständen des positiven Ions (d. h. zu anderen Termen des Funkenspektrums) gehören.

2) M. A. Catalan, Phil. Transactions **223**, 127, 1922; H. Gieseler, Ann. d. Phys. **69**, 147, 1922; A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. **70**, 32, 1923.

3) Bei Sommerfeld, l. c., als *D* (ohne Akzent) bezeichnet. — Die Existenz dieses *D*-Termes verbietet es, die Linie $1S - 1p_2$ als Resonanzlinie anzusprechen, da auch (ultrarote) Kombinationen $D_1 - 1p_2$ möglich sind.

4) Die Bezeichnung der Terme in der oben genannten Arbeit von Gieseler ist nicht glücklich. Eine Übersicht

die beiden Terme in manchen Liniengruppen (SP, DP) zusammen wie ein einziger sechsfacher Term kombinieren; es ist z. B.

$$1S - D_0 = 157{,}6,\quad 1S - D_1 = 714{,}4\ \mathrm{cm}^{-1}.$$

b) Metastabile Zustände des positiven Ions (Funkenterme).

Daß es auch in den Funkenspektren von Cr und Mn metastabile Terme gibt, läßt sich noch nicht mit Sicherheit nachweisen, ist aber mindestens sehr wahrscheinlich. Ist die Vermutung Catalans[1]) richtig, daß die Mn-Funkenmultipletts bei $\lambda = 2900$ und 3500 ihrer Serienzugehörigkeit nach den Mn-Bogenmultipletts bei $\lambda = 2800$ und 5400 entsprechen, so beträgt die Differenz $1S^+ - D^+$ bei Mn^+ nur $0{,}53 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1}$, wodurch die Metastabilität des Zustandes D^+ wohl garantiert wäre. Theoretisch wird man sogar mehrere metastabile Mn^+- (bzw. Cr^+-)Ionen erwarten dürfen. Sei etwa die Zahl der 4_1- bzw. 3_3-Elektronen im neutralen unangeregten Mn-Atom z_1 bzw. z_3. Durch Entfernung eines 4_1-Elektrons erhält man das stabile Mn^+-Ion (I_1), welches demnach $z_1 - 1$ 4_1- und z_3 3_3-Elektronen besitzt. Wird in diesem durch weitergehende Anregung ein Elektron aus einer 4_1- in eine 3_3-Bahn befördert, so geht es in den metastabilen Zustand I_2 über, welcher $z_1 - 2$ 4_1- und $z_3 + 1$ 3_3-Elektronen aufweist; diesem Zustand entspricht vermutlich der Term D^+. Andererseits aber kann der ionisierende Eingriff statt an einem 4_1-Elektron auch an einem 3_3-Elektron erfolgen, welches ja nur wenig fester gebunden ist; dieser Vorgang dürfte einen neuen metastabilen Zustand I_3 mit z_1 4_1- und $z_3 - 1$ 3_3-Elektronen realisieren. Wir weisen darauf hin, daß die Anregung jenes I_2-Zustandes von Mn^+ (D^+) genau der Anregung des I_2-Zustandes von Ca^+ ($3d^+$) entspricht, dagegen die Anregung jenes I_3-Zustandes von Mn^+ der Anregung des I_2-Zustandes von Ne: im einen Fall erfolgt die Anregung in zwei Schritten durch Angriff an zwei Elektronen der losest gebundenen Gruppe (4_1), im anderen Fall in einem Schritt durch Angriff an einem Elektron einer nur wenig fester gebundenen Gruppe (3_3, 2_1). Die Fälle von Ca und Ne erweisen sich hiernach als Extremfälle des allgemeinen Mn-Falles: Bei Mn^+ kann die Verteilung der Elektronen auf die Bahntypen 3_3 und 4_1 vom normalen Zustand I_1 aus durch verschiedenartige Anregung (Energiezufuhr!) nach beiden Richtungen variiert werden, wie die folgende Tabelle lehrt:

	3_3	4_1
Mn normal	z_3	z_1
Mn^+ I_3	$z_3 + 1$	$z_1 - 2$
Mn^+ I_1	z_3	$z_1 - 1$
Mn^+ I_3	$z_3 - 1$	z_1

Bei Ca^+ dagegen kann die Elektronenverteilung wegen $z_3 = 0$ nur in der einen Richtung $I_1 \to I_2$ variiert werden, bei Ne^+ wiederum nur in der umgekehrten Richtung $I_1 \to I_3$ (weil eine Gruppe von 5 ($= 4 + 1$) 2_1-Elektronen nicht stabil ist; Bohr). Diese Überlegung, im Zusammenhang mit der Feststellung, daß die Zustände I_2 und I_3 prinzipiell völlig gleichberechtigt sind (sie unterscheiden sich ja lediglich in ihrem Anregungsvorgang), dürfte ungeachtet ihres hypothetischen Charakters die Wesensverwandtschaft aller nicht-Ritzschen Terme in neuem Lichte zeigen. Es sei noch bemerkt, daß durch weitergehende Variation der Elektronenverteilung (z. B. $z_3 - 2$, $z_1 + 1$) möglicherweise noch mehr metastabile Mn^+-Zustände realisiert werden können.

c) Terme zweiter Art in den Bogenspektren.

Die Existenz metastabiler Mn^+-Ionen läßt nach Bohr das Auftreten von Termen zweiter Art im Mn-Bogenspektrum erwarten. In der Tat weisen Catalan und Sommerfeld (l. c.) in demselben zwei (fünffache) D-Terme nach, welche entgegen der Auswahlregel mit dem Term D (s. oben) kombinieren und demnach offenbar als Terme zweiter bzw. dritter Art zu deuten sind. Bei Sommerfeld werden sie als D^x, D^y bezeichnet; die aus je 13 Linien bestehenden Multipletts $D - D^x$ und $D - D^y$ liegen bei 2,5 bzw. $3{,}1 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1}$. Daß es gerade D-Terme ($k = 3$) sind, legt die Vermutung nahe, daß die zugehörigen Zustände des Mn-Atoms sich von den Zuständen $1S$ (Grundzustand) und D (metastabiler Zustand) wiederum nur durch die Verteilung der $z_1 + z_3$ äußeren Elektronen auf die

über die Termgrößen lehrt überzeugend, daß der bei Gieseler als I_2 bezeichnete einfache Term der Grundterm ist und zweckmäßig mit $1S$ bezeichnet wird. Die mit pi, pi', pi'', pi''', di^1 bezeichneten fünffachen Terme sind D- bzw. B-Terme (vgl. Sommerfeld, l. c., S. 52, Anm. 1). Die 4 dreifachen Terme endlich, die bei Gieseler teils als s- teils als d-Terme angesprochen werden, sind sämtlich P-Terme. Es sei insbesondere darauf hingewiesen, daß der Gieselersche Tripletterm „z_1, z_2, z_3" die gleichen Zeeman-Aufspaltungen hat wie die Tripletterme „d_1^1, d_2^1, $d_3^{1\,0}$"; die Landeschen Faktoren g sind: $g_1 = 5/2$, $g_2 = 11/6$, $g_3 = 3/2$. Auch für den Term „z_1" gilt $g_1 = 5/2$, nicht $g_1 = 7/2$, wie eine genauere Prüfung der Quellen (W. Hartmann, Diss. Halle 1907, R. Richter, Diss. Göttingen 1914, S. 20, Zeile 21 bis 24, S. 21, Zeile 1 bis 3) lehrt.

[1]) l. c. S. 162 unten.

Bahntypen 4_1 und 3_3 unterscheiden, so daß im einzelnen Falle kaum zwischen einem energetisch ausgezeichneten 3_3-Serienelektron und den 3_3-Elektronen des Atomrumpfes unterschieden werden kann[1]). Alle übrigen Terme des *Mn*-Bogenspektrums, soweit sie überhaupt hinsichtlich ihrer Feinstruktur einwandfrei analysiert sind, z. B. auch die von Sommerfeld als P^x, P^y bezeichneten Tripletterme, kombinieren durchaus normal und lassen sich im übrigen in ein einfaches Serienschema *s*, *p*, *d*; *b*; *S*, *P*, *D*, *B* einordnen, das dem Serienschema der Erdalkalien sehr verwandt ist[2]).

Bei Chrom liegen die Verhältnisse, soweit man sie übersehen kann, ganz ähnlich wie bei *Mn*. Im *Cr*-Funkenspektrum sind noch keine Serienzusammenhänge gefunden. Im *Cr*-Bogenspektrum kennt man aus den Untersuchungen von Gieseler (vgl. Anm. 4, S. 107) außer dem Grundterm $1S$ und dem metastabilen Term D 4 normal kombinierende Tripletterme P, 2 ebenfalls normale fünffache B-Terme und 3 anormal (mit D) kombinierende fünffache D-Terme; die letzteren sind offenbar gleichen Ursprungs wie die Terme D^x, D^y von *Mn*.

An Kombinationen sind beobachtet

II. N. S.: $1S-1P$, $2P$ ($3P$, $4P$ ultraviolett);
II. N. S.: $1P-1S$, $2S$, $3S$; $2P-1S$, $2S$, $3S$;
I. N. S.: $1P-3D$, $4D$, $5D$; $2P-3D$, $4D$, $5D$;

außerdem $3D-3P$, $4P$.

Bei dieser Deutung der Terme muß man allerdings erhebliche Abweichungen von der Rydberg-Formel in Kauf nehmen; doch liegen diese Abweichungen jeweils in der gleichen Richtung wie die bekannten (zum Teil kleineren) Abweichungen der *Ca*-Terme *S*, *P*, *D*. Tatsächlich entbehrt die Rydberg-Formel bei komplizierten Atomen ja auch ihrer theoretischen Begründung; man wird unter solchen Umständen nur Temperaturabhängigkeit, Feinstruktur, Zeemaneffekt und dergl. als Kriterien für die Serienzugehörigkeit der Linien ansehen dürfen.

Die Feinstrukturen der *D*-Terme folgen der allgemeinen Regel, daß sie mit wachsender Laufnummer rasch enger werden. Dagegen haben die P-Tripletts einen unregelmäßigen Gang, der, wie wir glauben, mit den Abweichungen von der Rydberg-Formel ursächlich zusammenhängt. Wir weisen hierzu nur auf folgenden Umstand hin. Bestimmt man die Termgroßen mittels des Catalanschen Termwertes $1S = 59937\ \mathrm{cm}^{-1}$ und ermittelt man den Rydbergschen Parameter a aus der Gleichung mP bzw. $mD = \frac{R}{(m+a)^2}$, so sind diejenigen Terme, welche $a > 0$ ergeben (es sind die Terme $1P$, $2P$), im Sinne von Sommerfeld (l. c. § 4), „regelrechte Terme", die übrigen, welche $a < 0$ ergeben, „verkehrte Terme".

1) Allerdings wird es auch hier ungleichwertige Gruppen von 3_3-Elektronen geben, vgl. Anm. 1), S. 106. Dieser Umstand verhindert eine eindeutige Zuordnung der Terme D^x, D^y zu den oben besprochenen Zuständen I_2, I_3 des Mn^+-Ions.

2) Unter Beiseitelassung der bereits von Catalan serienmäßig geordneten Terme *s*, *p*, *d*, *b* sowie der im Texte erwähnten Terme D^x, D^y deutet die folgende Tabelle an, wie wir die von Catalan und Sommerfeld behandelten Terme bezeichnet wissen möchten:

Bezeichnung nach Catalan	$1S$	$2S$	$3D$	$1P+C$	$1P$	—	—	—	—	$3S$	—
„ Sommerfeld .	$1S$	—	—	P^z	P	P^x	P^y	D	D'	—	B
Serienbezeichnung	$1S$	$2S$	$3S$	$1P$	$2P$	$3P$	$4P$	$3D$	$4D$	$5D$	$4B$

München, Institut f. theor. Physik, Januar 1923.

(Eingegangen 30. Januar 1923.)

Der Elektronenaustritt aus Metallen unter Wirkung hoher Feldstärken.

Von G. Hoffmann.

Unter dem gleichen Titel habe ich in der Zeitschrift für Physik im vorigen Jahr[1]) eine Arbeit veröffentlicht, in der ich den Nachweis führte, daß es einen in diesem Sinne zu deutenden Vorgang gibt, der sich quantitativ verfolgen läßt und charakteristische Eigenschaften zeigt. Die Ergebnisse der Arbeit sind dadurch erzielt worden, daß sie sich auf die Erfahrung zahlreicher Vorversuche stützte und daß ein besonders hoch empfindliches Elektrometer benutzt wurde. Ich habe mich zum erstenmal mit dem Problem des Elektrizitätsüberganges zwischen Metallelektroden, die auf kleinen Abstand einander genähert waren, im Jahre 1909 befaßt — Vortrag auf der Naturforscherversammlung 1910 in Königsberg[1]). Vor und während meiner Arbeiten ist das Problem in mannigfaltigster Weise von verschiedenen Autoren behandelt worden[2]). Ich würde nie Veranlassung genommen haben, auf die Bewertung der verschiedenen Arbeiten untereinander einzugehen, wenn nicht von Herrn Rother, der auch auf diesem Gebiet gearbeitet hat, in einem Vortrag auf der Naturforscherversammlung in Leipzig an drei Stellen dieses Vortrages mit Nachdruck auf die Existenz eines besonderen Effektes hingewiesen wäre, den er im Jahre 1911 zum erstenmal nachgewiesen haben will[3]).

Ich behaupte auf Grund meiner Erfahrungen, daß es sich bei seinen 1911[4]) und 1914[5])

1) Zeitschr. f. Phys. **4**, 363, 1921.

1) Diese Zeitschr. **11**, 961, 1910.
2) Vgl. Literatur Zeitschr. f. Phys. **4**, 363, 1921.
3) Diese Zeitschr. **23**, 423, 1922.
4) Diese Zeitschr. **12**, 671, 1911.
5) Ann. d. Phys. **44**, 1238, 1914. Dissertation Leipzig 1914.

publizierten Messungen nicht um den Elektrizitätsaustritt aus Metallen unter Wirkung hoher Feldstärken gehandelt hat, sondern im wesentlichen um die Eigenschaften einer schlecht leitenden Zwischenschicht zwischen seinen Kontakten, eine Ansicht, die ich schon in der Arbeit 1921 geäußert habe. Beschränkt Herr Rother seinen Prioritätsanspruch auf die Eigenschaften dieser Zwischenschicht, so bin ich einverstanden, ich sehe aber keinen Zusammenhang zwischen den Eigenschaften dieser Zwischenschicht und den von Lilienfeld und Millikan beobachteten Entladungserscheinungen im extremen Vakuum, auf den doch Herr Rother nach seinem Vortrag großen Wert zu legen scheint.

Es handelt sich bei dem Elektrizitätsübergang durch freie Räume zwischen Metallen stets in der Trennungsstrecke um sehr hohe Feldstärken von Millionen Volt pro Zentimeter, man ist also entweder auf sehr hohe Spannungsdifferenzen oder sehr kleine Abstände angewiesen. Bei meinen 1910 publizierten Messungen operierte ich in einem Vakuum, das so gut war, daß bei den benutzten Gefäßdimensionen und Spannungen zwischen 100 und 500 Volt keine übliche Gasentladung auftreten konnte. Es wurden hochglanz polierte Kontaktstücke (Platin, Stahl) einerseits an Spannung, andererseits an ein Dolezalek-Elektrometer angelegt. Der Abstand Null wurde dadurch festgelegt, daß bei Anlegung einer kleinen Spannung (1 Volt) Ladung auf das Elektrometer überging. Nachdem dann mit einem besonderen Magnetapparat ein durch optische Interferenzen gemessener Abstand von einer halben bis zu 3 Wellenlängen hergestellt war, wurde die Spannung so lange erhöht, bis eine Entladung einsetzte. Es zeigte sich, daß die notwendige Spannung innerhalb der Beobachtungsfehler proportional den eingestellten Abständen war. Es wurden so kritische Feldstärken bestimmt — für Platin etwa $4 \cdot 10^6$ Volt/cm. Die Übergangsströme konnten konstatiert, aber nicht gemessen werden, weil sie im Lauf kurzer Zeit stark zunahmen. Bei stärkeren Entladungen wurden die Metalloberflächen mikroskopisch sichtbar korrodiert, auch bei schwächsten Entladungen zeigte sich die Bildung von Entladungsstaub durch die Abnahme der kritischen Feldstärke im Lauf der Meßreihen.

Meine 1921 publizierten Messungen vermeiden die Kontaktprobe zur Konstatierung des Abstandes Null, weil hierbei die Elektroden elektrisch und mechanisch korrodiert werden. Statt dessen trat eine auf elektrostatischen Influenzmessungen beruhende Abstandsmessung. Ferner wurde durch ein Spezialelektrometer die zur Erkennung eines Entladungsphänomens notwendige Elektrizitätsbewegung auf eine ganz winzige Größe beschränkt (10^{-17} bis 10^{-15} Amp.). Der Erfolg dieser und anderer in der Arbeit genauer angegebenen Maßnahmen ist die sichere Konstatierung, daß bei Erreichung einer bestimmten für das untersuchte Metall charakteristischen Feldstärke ein Strom einsetzt, der mit wachsender Feldstärke rapid ansteigt. Der Austritt negativer Elektrizität ist bevorzugt. Die kritischen Feldstärken fanden sich ungefähr mit dem früheren Wert in Übereinstimmung. Es wurden 5 Metalle untersucht, auch Kombinationen zweier verschiedener Metalle. Es wurde hingewiesen auf den Zusammenhang mit den Millikanschen Entladungserscheinungen im extremen Vakuum. Ferner wurde die Unipolarität der Erscheinung zur Erklärung der Wirkung der Kristalldetektoren benutzt[1]). Unmittelbar evident ist auch der Zusammenhang mit den Lilienfeldschen Beobachtungen, auch dort treten, wie man überschläglich aus den Versuchsdaten errechnen kann, lokale Feldstärken von Millionen Volt pro Zentimeter auf.

Vergleichen wir mit diesen Befunden die Rotherschen Arbeiten: 1911 eine Vornotiz, 1914 die Dissertation, 1922 eine Beschreibung einer Versuchsanordnung ohne genaue Angabe von neuen Meßdaten. Alles Wesentliche ist in der Arbeit 1914 enthalten: Optisch genau geschliffene und polierte Flächen von Iridium und Gold werden auf einem Interferometer montiert und in einem Vakuum von 0,5 mm *Hg* untersucht. Kontaktprobe mit 0,3 Volt. Dann Abstandseinstellung zwischen 20 und 560 $\mu\mu$, Anlegung von Spannungen zwischen 1 und 10 Volt und Strommessung durch Aufladung eines Dolezalek-Elektrometers von der Größenordnung 10^{-14} bis 10^{-12} Ampère. Soweit nun bei einem bestimmten Abstand Ströme gemessen werden konnten, zeigt sich Proportionalität zwischen Strom und Spannung, es existiert eine Zwischenschicht, die nach Angaben des Verfassers dem Ohmschen Gesetz gehorcht und von ihm als Elektronenatmosphäre angesprochen wird. Herr Rother sucht dann auf Grund der geometrischen Verhältnisse in der Nähe der Kontaktstelle Schlüsse zu ziehen auf die Leitfähigkeit in einzelnen Teilen dieser Elektronenschicht.

Nach meinen Erfahrungen möchte ich das ganze Phänomen erklären durch die Bildung von Entladungsstaub schon bei der Kontaktprobe, bei der auch die Flächen an der Berührungsstelle deformiert werden. Entladungsstaub muß sich beim Übergang der relativ beträchtlichen Elektrizitätsmengen bilden. Dieser

1) Diese Zeitschr. **22**, 422, 1921.

Metallstaub spielt eine sehr wesentliche Rolle durch Brückenbildung bei Benutzung so winziger Abstände. Er erklärt das Bestehen des Ohmschen Gesetzes; die Reproduzierbarkeit spricht nicht gegen diese Erklärung, es braucht nur jedesmal in genau der gleichen Weise vorgegangen zu werden.

Bei den größten Abständen und den kleineren Spannungen gibt Herr Rother als Strom den Wert Null an, offenbar herrscht hier Isolation. Berechnet man nun aus seinen Beobachtungen aus dem ersten Auftreten eines Stromes und den dabei vorhandenen Abständen und Spannungen die kritischen Feldstärken im Sinne meiner Betrachtungsweise, so ergibt sich für Iridium 360000 Volt/cm, für Gold 57000 Volt/cm; das sind nach meinen Erfahrungen ganz außerordentlich niedrige Werte. Ich habe keine Messungen an Iridium und Gold ausgeführt. Da aber Platin-Iridium mit $4{,}8 \cdot 10^6$ Volt/cm bei meinen Messungen an der Spitze steht und selbst Blei $2{,}2 \cdot 10^6$ Volt/cm zeigt (Kupfer, Aluminium, Zink liegen zwischen diesen Werten), so halte ich jene Werte für sehr unwahrscheinlich und betrachte sie als Beweis für die Existenz von Entladungsstaub, da dieser stets die kritische Feldstärke herabsetzt.

Nach meinem Dafürhalten ist bei jeder Kontaktüberbrückung der Elektronenaustritt der Primäreffekt (sofern nicht Metallstaub Brücken bildet), die Elektronen werden dann nach Durchlaufung größerer Spannungsdifferenzen das Metall beim Aufprall korrodieren, vielleicht auch beim Austritt am Metallgefüge rütteln und Entladungsstaub erzeugen. Dieser Entladungsstaub erschwert die quantitative Arbeit außerordentlich, es handelt sich um ein sehr mühsames Experimentalgebiet. Daher halte auch ich meine Zahlenwerte nicht für exakte Grundlagen, um daraus Atomkonstanten zu entnehmen, sondern sie dienen nur zur ersten Orientierung; weitere Erfolge können aber nur erzielt werden mit großen Mitteln und mit Benutzung aller vorangegangenen Erfahrungen.

In diesem Sinn ist der neuen Rotherschen Versuchsanordnung großes Interesse entgegenzubringen, da hier im höchsten erreichbaren Vakuum unter Benutzung aller erdenklichen Reinigungsmöglichkeiten gearbeitet werden soll. Die im Vortrag angegebenen vorläufigen Versuchsresultate ergeben, nach meiner Betrachtungsweise umgerechnet, kritische Feldstärken, die von gleicher Größenordnung sind wie die von mir gefundenen Werte, auch steigt der Strom mit wachsender Spannung stark an. Hoffentlich gelingt die Überwindung der hohen experimentellen Schwierigkeiten, so daß wir bald genauere Daten auf diesem in verschiedener Richtung bedeutungsvollen Gebiet erhalten.

Königsberg, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 8. Dezember 1922.)

Erwiderung auf die Bemerkung von Herrn H. Maurer zu meinem Aufsatz: „Magnetische Permeabilität eines künstlichen magnetischen Mediums".

Von Alexander Goldhammer.

In meiner Arbeit[1]) zeigte ich, daß der experimentell gefundene Wert der Permeabilität eines künstlichen magnetischen Mediums ($\mu = 2{,}40$) mit dem aus der Poissonschen Formel

$$\mu' = \frac{1 + 2g + \dfrac{2 - 2g}{\mu_0}}{1 - g + \dfrac{2 + g}{\mu_0}} \qquad (1)$$

berechneten ($\mu' = 2{,}38$) bis auf 1 Proz. übereinstimmt. Die experimentelle Bestimmung von μ erfolgte bei 5 Feldstärken (zwischen 18,8 bis 341,0 Gauß) ergab aber fast einen und denselben Wert für μ (2,393—2,413). Nur ein kleiner Zuwachs von μ, der aber fast an die Grenzen dsr Beobachtungsfehler fällt — konnte bemerkt werden. Um die Permeabilität μ' aus (1) berechnen zu können, nahm ich für μ_0 einen Mittelwert aus den in Landolts Tabellen[2]) gegebenen Werten der Permeabilität des harten Stahls für verschiedene Feldstärken von 1 bis 500 Gauß, und zwar $\mu_0 = 70$.

Herr H. Maurer[3]) berechnet nun μ' für die einzelnen Feldstärken, indem er für μ_0 die Landoltschen Zahlen benutzt, und findet, daß die aus (1) berechneten Werte von μ' im Intervall von 100,0 bis 341,0 Gauß, über 3 Proz. abnehmen, während die von mir experimentell bestimmten — zunehmen. Dabei schreibt Herr Maurer: „In Wirklichkeit dürfte es ausgeschlossen sein, daß in diesem Intervall im vorliegenden Falle mit wachsender Feldstärke die Permeabilität des Konglomerats zunimmt, während diejenige der eingelagerten magnetisierbaren Kugeln abnimmt . . . . . Vielleicht liegt hier ein systematischer Fehler vor".

Um die Unrichtigkeit dieser Überlegungen zu zeigen, werden wir zunächst auf dem strengen

1) Diese Zeitschr. **23**, 247, 1922.
2) Landolt-Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen. 4. Aufl., S. 1234. Berlin 1912.
3) Diese Zeitschr. **23**, 346, 1922.

Boden der Poissonschen Theorie stehen. Diese Theorie fordert, daß die den magnetischen Körper bildenden Kugeln so klein sind, daß die Wirkung einer von ihnen auf die benachbarten, wenn ein solcher Körper in ein magnetisches Feld gelegt wird, verschwindend klein ist[1]), und darum auf jede Kugel eines solchen Mediums nur das äußere magnetische Feld H_e wirkt. In diesem Falle ergibt sich die wahre magnetisierende Kraft im Inneren jeder Kugel

$$H_i = H_e - H_e \frac{\varkappa_0 P}{1 + \varkappa_0 P} = H_e \frac{3}{\mu_0 + 2}, \quad (2)$$

wo $\varkappa_0$ bzw. μ_0 die Suszeptibilität bzw. die Permeabilität des Kugelmaterials, P der Entmagnetisierungsfaktor ist, der für eine Kugel den Wert $\frac{4}{3}\pi$ annimmt. Nun seien alle Kugeln von Stahl. Dann wird μ_0 nicht mehr eine Konstante, sondern wird sich mit der Feldstärke, nämlich mit H_i, ändern. Um jetzt die Formel (1) mit der Erfahrung vergleichen zu können, wollen wir zuerst aus (2) die Werte von μ_0 berechnen, die den verschiedenen äußeren Feldstärken entsprechen und wir bekommen leicht folgende kleine Tabelle:

H_e	18.8	100,0	163,0	222 0	341,0
H_i	1.26	5,04	9,44	12 54	18,17
μ_0	42,6	48,5	49,3	51,1	54,3[2])

Wir sehen hier, daß längs des ganzen Intervalls 18.8—341,0 Gauß μ_0 — und damit auch μ' — zunimmt. Es ergibt sich für

$$\mu_0 = 42{,}6 - \mu' = 2{,}328;$$

für

$$\mu_0 = 54{,}3 - \mu' = 2{,}357.$$

Somit beträgt der ganze Zuwachs nur 1,2 Proz!

Welche Änderungen müssen wir denn jetzt in die vorliegende Betrachtung einführen, um vom Idealfall unendlich kleiner Kugeln zu unserem künstlichen Medium überzugehen! Wir können nicht mehr die ganze Wirkung aller Kugeln auf eine von ihnen vernachlässigen und es ist klar, daß diese Wirkung die äußere Feldstärke H_e zu H_e' vergrößern wird (dabei wird H_e' im allgemeinen nicht const), was auch eine Vergrößerung von H_i und μ_0[3]) zur Folge hat. Dabei müssen aber μ_0 und folglich μ', immer wachsen, da zur Erreichung des maximalen Wertes von $\mu_0 = 98$ eine Feldstärke von $H_e' = 3333$ Gauß nötig ist. Meine Beobachtungen scheinen eine solche Zunahme zu bestätigen. Somit können wir mit Recht behaupten, daß es überflüssig ist, durch einen systematischen Fehler in meiner experimentellen Bestimmung von μ den Zuwachs von μ erklären zu wollen.

Herr Maurer schreibt weiter, daß „die Permeabilität der Stahlsorten recht verschieden sein kann" und daß „um eine zuverlässige Vergleichung der beobachteten und berechneten Permeabilitäten durchführen zu können, mußte man wohl auch die Permeabilität des verwendeten Stahlmaterials selbst experimentell bestimmen", und dazu empfiehlt er, einen Stahlzylinder zu benutzen, der nach einer Bestimmung seiner magnetischen Eigenschaften in „kleine gleich große Stücke" zerschnitten werden sollte.

Nun ist es aber klar, daß diese Stahlmaterialuntersuchung ganz unnütz wäre, weil wir die wahre magnetisierende Kraft H_i für unsere Kugeln im künstlichen Medium, nicht berechnen können. (Ohne darauf einzugehen, daß aus einem Stahlzylinder eine Menge von gleich großen Kugeln, welche die Poissonsche Formel (1) verlangt, zu verfertigen — keine leichte Aufgabe wäre). Außerdem ist zu beachten, daß μ_0 in der Formel (1) nur als eine Korrektion zur Mossetti-Clausiusschen Formel

$$\mu' = \frac{1 + 2g}{1 - g}$$

aufgefaßt werden muß.

Kasan, Dezember 1922.

(Eingegangen 21. Januar 1923.)

1) Mascart et Joubert: „Leçons sur l'électricité et le magnetisme". T. 1, p. 177 et 422. Paris 1882.

2) F. Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik, 11. Aufl., S. 523. Leipzig u. Berlin 1910.

3) μ_0 als Funktion von H_i ergibt sich aus den Landoltschen Tabellen.

Färbung rotierender Scheiben bei doppelter Beleuchtung.

Von A. Steichen.

Die schönen Versuche mit farbigen Schatten sind allgemein bekannt. Unbekanntscheint es aber zu sein, daß man ein ähnliches und in mancher Hinsicht schöneres Spiel komplementärer Farben mit rotierenden Scheiben erhalten kann.

Versuchsanordnung.

Auf eine weiße Scheibe malt man tiefschwarze Flächen in symmetrischer Anordnung, oder umgekehrt weiße Flächen auf eine tiefschwarze Scheibe. Diese Scheibe wird in rasche Umdrehung versetzt und gleichzeitig mit stetigem und intermittierendem Lichte beleuchtet. Das stetige Licht darf nicht grell sein. Sehr gut bewährt sich eine gewöhnliche elektrische Glühlampe, in deren Stromkreis man einen passenden Widerstand einschaltet.

Das Licht ist dann gelblich. Intermittierendes Licht erhält man leicht mit dem Projektionsapparat. Sehr zu empfehlen ist eine Bogenlampe im Apparat. Den Lichtkegel macht man stark konvergent. In die engste Stelle des Strahlenganges stellt man eine durchlochte rotierende Scheibe so, daß das Licht in gleichen Zeitabständen regelmäßig unterbrochen wird. Das Licht der Bogenlampe muß grell sein, da es für das Auge viel an Helligkeit einbüßt durch die raschen und relativ langen Unterbrechungen. Meine Scheibe hat nur 6 Löcher von je 1 cm² bei einem Scheibendurchmesser von 30 cm. Die Umdrehungsgeschwindigkeiten der beiden Scheiben paßt man so aufeinander ab, daß die Sektoren auf der beleuchteten Scheibe scheinbar stille stehen. Beide Lichter lassen sich leicht beliebig färben durch Einschalten geeigneter Gläser. Auf der rotierenden Scheibe erhält man ein schönes Spiel komplementärer Farben.

Versuchsergebnisse.

Ohne Mühe lassen sich folgende Tatsachen feststellen:

1. Beleuchtung mit intermittierendem Lichte allein reicht nicht hin zur Erzeugung komplementärer Farben. Stetiges Licht muß hinzukommen.

2. Beleuchtet man die rotierende Scheibe nur mit intermittierendem Lichte, so erscheinen die schwarzen Felder stets schwarz, wie auch immer die Farbe des Lichtes sein mag. Die weißen Flächen nehmen die Farbe des Lichtes an.

3. Beleuchtung einer „ruhenden" Scheibe mit stetigem und mit intermittierendem Licht ruft nie komplementäre Färbung hervor. Nur die doppelt beleuchtete „rotierende" Scheibe zeigt diese Farben.

4. Komplementäre Färbung zeigt sich bloß auf den Ringen der Scheibe, in denen schwarze und weiße Felder miteinander abwechseln. Gleichmäßig schwarze, ununterbrochene Ringe bleiben immer schwarz.

5. Die besten Wirkungen erzielt man, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeiten so geregelt sind, daß die beleuchtete Scheibe scheinbar still steht.

6. Die weißen Felder nehmen eine Farbe an, die der des intermittierenden Lichtes ähnlich ist. Die schwarzen Flächen färben sich komplementär zu den weißen Feldern.

7. Die Farbe der schwarzen Flächen gleicht der Farbe des Schattens der Befestigungsmutter der Scheibe, der zum intermittierenden Lichte gehört und vom stetigen Lichte getroffen wird. Die weißen Felder sind in ihrer Farbe dem Schatten der Befestigungsmutter ähnlich, der zum stetigen Lichte gehört und vom intermittierenden Lichte beleuchtet wird.

8. Die Helligkeit der Farben hängt ab vom Mischungsverhältnis von Weiß und Schwarz. Davon überzeugt man sich leicht, indem man einen schwarzen Stern auf weißem Grunde (oder umgekehrt) rotieren läßt.

9. Je tiefer das Schwarz der Sektoren, um so schöner werden die Kontraste und die Farben.

10. Bei sehr dunkeln Farben kommt es gelegentlich vor, daß einem an einem Tage eine Farbe dunkelgrün und zu einer andern Zeit unter scheinbar gleichen Umständen dunkelblau zu sein scheint. Das dürfte seinen Grund darin haben, daß die Lichtfilter keine reinen Farben geben und daß die Helligkeit einer Lampe schwankt. Es ist aber auch möglich, daß es eine Folge von Ermüdung oder dergleichen ist, denn wenn mehrere Personen gleichzeitig beobachten, kommt es zuweilen vor, daß die einen eine Farbe dunkelgrün, die andern dieselbe Färbung dunkelblau nennen.

Erklärungsversuch.

Die ganze Erscheinung dürfte sich ungezwungen wie folgt erklären lassen. Tatsache 7 deutet darauf hin, daß wir hier ein Gegenstück zu den farbigen Schatten haben.

Das intermittierende Licht trifft die beleuchtete Scheibe immer in relativ derselben Stellung. Es wird von den schwarzen Flächen absorbiert und von den weißen Flächen zurückgeworfen. Darauf deutet Tatsache 2 hin. Die schwarzen Partien verhalten sich somit für das Auge wie Schatten.

Im stetigen Licht allein erscheint die rotierende Scheibe mit hellen und dunkeln Ringen bedeckt. Für das Auge erhalten wir somit hier eine Beleuchtung der ganzen Scheibe mit einer Mischung von Weiß und Schwarz. Für das Auge ist keine Stelle der Scheibe durch Absorption bevorzugt. Das läßt uns die Tatsache 3 verstehen. Diese Beleuchtung ruft nun im Auge die komplementäre Färbung der schwarzen Flächen hervor, ähnlich der komplementären Färbung eigentlicher Schatten im gewöhnlichen Versuch. Hierauf deutet auch Tatsache 7 hin. Von diesem Gesichtspunkte aus lassen sich auch die übrigen Tatsachen leicht verstehen. Das stetige Licht leistet aber noch etwas mehr. Der bereits erwähnte graue Schleier wirkt auch kontrastverstärkend, ähnlich dem Seidenpapier im bekannten Meyerschen Versuch.

Hiermit ist die Erscheinung mit den gewöhnlichen farbigen Schatten in Zusammenhang gebracht. Wie man letztere zu erklären hat, ist eine Frage der Psychologie.

Einige Angaben über zweckmäßige Scheiben.

1. Prachtvolle Erscheinungen erhält man mit einem großen tiefschwarzen Stern auf weißem Grunde, besonders wenn man das intermittierende Licht rot und das stetige Licht grün färbt.

2. Sehr zu empfehlen ist eine Scheibe, die auf einem äußeren, 4 cm breiten weißen Ring 6 schwarze Sektoren und auf einem innern 4 cm breiten schwarzen Ring 6 weiße Sektoren hat. Die schwarzen und die weißen Sektoren bringt man paarweise auf 3 unter einem Winkel von 60° zueinander geneigten Durchmessern an. Allen Sektoren gibt man dieselbe Länge in der Richtung des Durchmessers (2 cm auf meiner Scheibe) und dieselbe Winkelbreite (Zentriwinkel = 18° auf meiner Scheibe). Die einzelnen Sektoren liegen symmetrisch in ihren entsprechenden Kreisen. Man erhält so eine einfache Vertauschung von Weiß und Schwarz in den beiden Ringen.

Beiden Scheiben kann man einen Durchmesser von 21 cm geben. Um den Mittelpunkt einer jeden Scheibe läßt man eine runde Fläche von 5 cm Durchmesser weiß, um gleichzeitig die farbigen Schatten der Befestigungsmutter beobachten zu können. An diesen beiden Scheiben lassen sich die meisten Beobachtungen machen.

3. Handelt es sich nur darum, einen recht überraschenden und geradezu verblüffenden Versuch vorzuführen, dann ist die folgende Scheibe sehr zu empfehlen. Auf eine weiße Scheibe von ungefähr 18 cm Durchmesser malt man parallele, tiefschwarze Streifen von 1 cm Breite, so daß die ganze Scheibe von einem System gleich breiter schwarzer und weißer Streifen bedeckt wird. Man sorge für gute Symmetrie. Bei meiner Scheibe ist der mittlere Streifen schwarz. Mit dieser Scheibe erhält man je nach den relativen Umdrehungsgeschwindigkeiten die verschiedenartigsten gefärbten Muster.

Dieser Versuch läßt sich noch einfacher ausführen. Man beleuchtet die rotierende Scheibe mit der Zimmerlampe (stetig) und mit der Phosphoreszenzlampe von Puluj (intermittierend). Man verliert jedoch auf diese Weise den Vorteil, die beiden Lichter leicht beliebig färben zu können. Das ist jedoch kein wesentlicher Nachteil, denn Farbenfilter sind nicht erforderlich, wenn es nur darauf ankommt, überhaupt komplementäre Färbung zu erhalten.

Es waren Versuche dieser Art, die mich vor zwei Jahren zufällig auf diese Erscheinung führten. Ich kann mir nur schwer vorstellen, daß nicht auch andere Ähnliches beobachtet haben. In der mir zur Verfügung stehenden Literatur finde ich jedoch nichts erwähnt, das auf diese Erscheinungen hindeutet.

Bombay (Indien), St. Xavier's College, 15. Dezember 1922.

(Eingegangen 6. Januar 1923.)

BESPRECHUNGEN.

J. Stark, Prinzipien der Atomdynamik. I. Teil: Die elektrischen Quanten. 2. umgearbeitete Auflage. VII u. 95 S. Leipzig, S. Hirzel. 1922. Gz. M. 4.—, geb. M. 6.—.

Das kurze Vorwort zur vorliegenden zweiten Auflage sei hier wiedergegeben: „Seit dem Erscheinen dieser Schrift vor zwölf Jahren hat die atomdynamische Forschung große Fortschritte gemacht. Aus diesem Grunde ist die vorliegende zweite Auflage gegenüber der ersten weitgehend abgeändert und ergänzt. In der Hauptsache neu ist in ihr das Kapitel über die elektrischen Quanten als Bausteine der chemischen Atome und das Kapitel über die Energie und Innenbewegung elektrischer Quanten." Der Vergleich mit der 1. Auflage zeigt, daß die Abänderung in der Tat sehr weitgehend ist. Es ist manches fortgefallen, das allzu hypothetischen Charakters war, wie z. B. die Betrachtungen über Innen- und Außenvolumen der elektrischen Quanten; daß trotzdem noch viel Hypothetisches stehen geblieben und, wie z. B. die Innenbewegung, dazugekommen ist, liegt ja in der Eigenart des Themas begründet. Leider muß jedoch gesagt werden, daß die 2. Auflage ihren besonderen Charakter weniger durch sachliche Änderungen erhält, als vielmehr durch einige Äußerungen, die in ihrer dogmatischen Art in keiner Weise hinter Behauptungen zurückstehen, die Stark erst kürzlich ihres dogmatischen Charakters wegen sehr lebhaft angegriffen hat. Als Beispiel sei der Absatz auf S. 20 herangezogen, in dem behauptet wird, „daß die körperliche Natur des Äthers nicht nur eine Hypothese, sondern eine Tatsache ist". Daß die Quantentheorie in diesem Bande nicht benutzt wird, muß wohl nicht erst betont werden; ob das einen Vorteil bedeutet, mag dem Urteil späterer Zeiten überlassen werden.

R. Minkowski.

K. Siebel, Die Elektrizität in Metallen. (Sammlung Vieweg, Heft 62.) 8°. IV u. 97 S. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G. 1922. M. 12.— + T.-Z.

Das kleine Buch soll eine Darstellung der Fortschritte geben, die auf dem Gebiet der elektrischen Erscheinungen in Metallen seit dem Erscheinen des Buches von Baedeker (1911) erreicht worden sind. Der Wert des Heftes wird leider dadurch beeinträchtigt, daß „des knappen zur Verfügung stehenden Raumes wegen vieles an neuen Ergebnissen und Theorien fortbleiben mußte". Es wäre vielleicht nicht unrichtig gewesen, die Vollständigkeit durch Beigabe eines Verzeichnisses der wegen Raummangels nicht besprochenen Arbeiten herzustellen; eine zusammenfassende Bearbeitung, die wie die vorliegende eine Einführung in das bearbeitete Gebiet gibt, muß dem Leser auch eine ausreichende Übersicht über die Literatur geben, die wegen Raummangels nicht besprochen werden kann. Das Heft gliedert sich in drei Kapitel: 1. Die elektrische Leitung. 2. Die thermoelektrischen Erscheinungen. 3. Die galvanomagnetischen und thermomagnetischen Effekte. Trotz des erwähnten Mangels liegt eine gute Einführung in das behandelte Gebiet vor, deren Hauptvorzug vielleicht darin gesehen werden kann, daß die zahlreichen offenen Fragen und Lücken, an denen die Weiterarbeit einsetzen muß, klar zutage treten.

R. Minkowski.

M. v. Laue, Die Relativitätstheorie. Erster Band: Das Relativitätsprinzip der Lorentztransformation. (Wissenschaft Bd. 38.) Vierte vermehrte Aufl. 8°. XIII u. 302 S. Mit 25 Abbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1921. M. 48.—, geb. M. 58.—.

Die neue Auflage des bekannten Buches unterscheidet sich nur unwesentlich von der dritten. Frisch aufgenommen sind die Versuche von Harress und Zeeman über den Mitführungskoeffizienten, während das Kapitel über Dynamik einige Abänderungen erfahren hat. In der mathematischen Formulierung der Probleme ist leider von der neuen Systematik der Tensorrechnung noch kein Gebrauch gemacht, sondern die frühere etwas schwerfällige Rechnungsart beibehalten. Von großem pädagogischem Vorteil wäre es insbesondere, wenn in einer Neuauflage der sog. Sechservektor und die mit ihm verbundenen unschönen Operationen verschwinden könnten. Das würde den Kontakt des Buches mit andern wichtigen Schriften über Relativität wesentlich erleichtern. Inhaltlich steht dasselbe unter den physikalischen Werken über Relativitätstheorie immer noch an erster Stelle und bedarf deshalb keiner Empfehlung. F. Zwicky.

H. Rocques Desvallées, Tables logarithmiques et trigonométriques à quatre décimales et tables à trois décimales à l'usage des physiciens et des navigateurs. 72 p. Paris, Gauthier-Villars et Cie. 1920.

Die vorliegenden Tabellen sind insbesondere für die Praxis, d. h. die Technik, Physik, Astronomie und Nautik berechnet. Der Verfasser legt den Hauptwert darauf, Fehler, die aus der Interpolation entstehen, zu vermeiden. Zu diesem Zweck sind die Argumente verhältnismäßig dicht angegeben, so daß bei der in Frage kommenden Genauigkeit eine Interpolation im allgemeinen unnötig gemacht ist. Auf- oder abgerundete Zahlen sind durch hintangesetzten Index (Punkt unten oder oben) charakterisiert, so daß man Fehler, die im Laufe der Rechnung in der letzten Ziffer entstehen, ungefähr abschätzen kann. Das Buch enthält Dezimal- und Additionslogarithmen. Diejenigen der trigonometrischen Funktionen sind gegeben bei Einteilung der Grade in Minuten sowie auch in Dezimalen. Von Vorteil für astronomische und nautische Berechnungen sind die Angaben mit Zeiteinteilung der Winkelargumente. Es folgen dann die numerischen Werte der trigonometrischen Funktionen, einige Seiten Logarithmen mit drei Dezimalen und zum Schluß eine Tafel für die inversen Zahlen. F. Zwicky.

Bernhard Dessau, Lehrbuch der Physik. Vom Verfasser aus dem Italienischen übertragen. I. Band. Mechanik, Akustik, Wärmelehre. gr. 8°. VIII u. 667 S. m. 490 Abbildungen im Text. Leipzig, J. A. Barth. 1922. Geh. M. 160.—, geb. M. 190.—.

Ein ausführliches Lehrbuch der Experimentalphysik zum Gebrauch neben den Vorlesungen, zu ihrer Ergänzung und zur Wiederholung, in dem der Studierende die ganze Physik in einem Umfang findet, daß er alles „gebrauchen könne, was er in dem Buche findet und daß er darin finde, was er braucht", ist für den Studierenden der Physik und der Naturwissenschaften sehr wichtig. Diesen Zweck hat das vorliegende Lehrbuch und es ist dafür sehr gut geeignet. Auswahl und Anordnung des Stoffes sind die üblichen. Aber in allen Teilen wird durch eine leicht verständliche, klare Darstellung ein gründliches Verständnis der Gesetze und der physikalischen Forschungsmethoden erzielt. Das Buch ist zwar etwas umfangreich, aber dafür um so leichter zu lesen. Mathematische Formeln und Ableitungen werden nur soweit gebraucht, als sie zum Verständnis und zur Begründung unbedingt notwendig sind. Der Gebrauch der Differential- und Integralrechnung wird vermieden, hätte aber wohl manche Ableitung einfacher und für den deutschen Studenten leichter verständlich gemacht. Da überall auch die technischen Anwendungen behandelt werden, so kann das Buch auch allen denen empfohlen werden, die ihre Kenntnisse der Schulphysik erweitern und vertiefen wollen. Die Figuren sind meist schematisch. Von den graphischen Darstellungen könnten manche exakter gezeichnet sein, z. B. Fig. 466 und die Isothermen und Adiabaten von Fig. 479 und 481. E. Götting.

Fritz Reiche, Die Quantentheorie. Ihr Ursprung und ihre Entwicklung. 8°. VI u. 231 S. Mit 15 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1921. M. 34.—.

Das Buch ist eine Erweiterung des vom Verfasser für das Planckheft der Naturwissenschaften bearbeiteten zusammenfassenden Berichtes. Demgemäß beansprucht es nicht ein Lehrbuch zu sein, sondern will nur auf leichtfaßliche Art die Entwicklung und die Probleme der Quantentheorie skizzieren. Diese Aufgabe löst es in glänzender Weise. Diejenigen mathematischen Betrachtungen,

die zum Verständnis absolut notwendig erscheinen, sind an den Schluß des Buches verwiesen, wo ebenfalls in dankenswerter Weise alle wichtigen Literaturangaben zusammengestellt sind.

Die ersten drei Kapitel behandeln die Notlage der klassischen Strahlungstheorie und die daraus resultierende neue Quantenauffassung. Im vierten und fünften Kapitel werden die Erfolge derselben in der Lehre vom festen Körper und der Gastheorie ausführlich geschildert. Die Anwendungen auf Optik und Molekülmodelle sind in den letzten drei Abschnitten verhältnismäßig kurz behandelt, was im Hinblick auf die vorhandenen ausgezeichneten speziellen Schriften gerechtfertigt ist.

Der Fachmann wird das Buch mit großem Genusse lesen, da es in einem außerordentlich flüssigen und klaren Stil geschrieben ist und ein einheitliches Bild von den weitverzweigten Problemen der Quantentheorie vermittelt. Dem Laien ermöglicht es außerdem eine rasche Einfühlung in einen der schönsten und lebendigsten Gedankenkreise, der ihm verschlossen bliebe, wenn er nur auf das Studium der schwierigen einschlägigen Originalabhandlungen angewiesen wäre. F. Zwicky.

R. E. Liesegang, Wissenschaftliche Forschungsberichte. Naturwissenschaftliche Reihe. Bd. VI, Kolloidchemie 1914—1922. 8°. VIII u. 100 S. Dresden u. Leipzig, Th. Steinkopff. 1922. Geb. M. 60.—.

In der von ihm herausgegebenen naturwissenschaftlichen Reihe der wissenschaftlichen Forschungsberichte hat Liesegang den Band VI selbst bearbeitet. Derjenige, welcher von ihm als langjährigen Mitarbeiter, Berichterstatter und Kritiker auf diesem Gebiete eine besonders gute Kenntnis der Literatur erwartet, ist bei der Lektüre des Buches sicher nicht enttäuscht. Vor allem ist es hocherfreulich, daß die während des Krieges erschienene und die auch jetzt noch sehr schwer zugängliche Auslandsliteratur so weitgehend Berücksichtigung gefunden hat. Die Forschungsberichte wollen eine Auswahl des Wichtigsten bringen, „ungeklärte Theorien, fruchtlose Erörterungen sollen beiseite bleiben, dagegen die tatsächlichen Forschungsergebnisse in den Vordergrund gestellt werden". Allem Anschein nach ist der Verfasser dieser Aufgabe wohl durchweg gerecht geworden. Wer einzelne Arbeiten nicht erwähnt findet, wem einzelne Ergebnisse zu hoch oder zu niedrig bewertet zu sein scheinen, der muß berücksichtigen, wie schwer es besonders bei einem noch relativ jungen Gebiete ist, neuen Ideen und Tatsachen in der Beurteilung für den dauernden Wert gerecht zu werden. Den Physiker, der sich schnell über den augenblicklichen Stand der Kolloidforschung orientieren will, wird Liesegangs höchst verdienstvolle Zusammenstellung nicht weniger befriedigen als den Chemiker.

Der Stoff ist eingeteilt in die Kapitel: Synthese, die Formen der dispersen Teilchen, Optik, Kolloidchemie der Indikatoren, Viskosität, Kapillarwirkungen, Adsorption, Koagulation, Bedeutung der Elektrizität für die kolloiden Zustände, Brownsche Bewegung, Oberflächenspannung, Peptisation und Lösung, Schutzkolloide, Keimwirkungen, Antagonistische Wirkungen, Emulsionen, Gallerten, Rhythmische Fällungen in Gallerten, Strahlungswirkung auf Kolloide, Fermente, Kontaktkatalyse, Klassische Chemie und Kolloidchemie.

Wintgen.

H. Freitag, Physik für die Unterstufe. kl. 8°. IV u. 235 S. Mit 217 Fig. Nürnberg, E. Koch. 1922. M. 18.—.

Der für die Mittelstufe der höheren Lehranstalten bestimmte Lehrgang beginnt mit der Wärmelehre, schließt dann eine Darstellung der Elemente der Mechanik an und geht, nachdem die Akustik mit einer Seite abgetan, zur Elektrostatik über. Erst jetzt folgt die Magnetik, danach die galvanische Elektrizität. Nach der Optik bringt dann noch ein Kapitel „Energieumwandlungen" Zusammenfassendes über den Energiebegriff, insbesondere über den ersten Wärmesatz und die Grundbegriffe der Mechanik.

In den einzelnen Kapiteln geht die Darstellung für den einleitenden Lehrgang überraschend weit, das gilt besonders von der Elektrizitätslehre und der Optik. An mathematischen Hilfsmitteln werden in den letzten Kapiteln die einfachsten Begriffe von Trigonometrie und Stereometrie, von Anfang an graphische Darstellungen benutzt. Die Geschwindigkeit wird, wie üblich, nur für gleichförmig bewegte Körper definiert, dann aber ohne weiteres für beschleunigte benutzt. Von den Theorien wird die Ionentheorie entwickelt, die Molekulartheorie als bekannt vorausgesetzt.

Das Buch ist, den neueren Anschauungen entsprechend, ganz auf die Erarbeitung des Stoffes durch Schülerübungen, Denkaufgaben und Rechenaufgaben eingestellt. Wegen seiner Stoffmenge kommt es wohl nur für Realanstalten in Frage.

W. Lietzmann.

Th. Distler, Physikalische Übungen für die Unterstufe, eine Einführung in die Physik an der Hand von Schülerversuchen. gr. 8°. VIII u. 158 S. Mit 141 Fig. Berlin W 57, O. Salle. 1922. M. 24.—.

Die Anordnung des Stoffes ist die übliche nach den Teilgebieten der Physik, doch zeigen sich Abweichungen von der gewöhnlichen Reihenfolge. Vorausgeschickt werden einfache, messende Versuche aus der Mechanik als Einleitung. Dann folgen Wärme, Akustik, Magnetismus, Reibungselektrizität, nun erst Optik, dann Galvanismus, den Beschluß macht die Mechanik. Die 166 jedesmal sehr genau beschriebenen oder durch Figuren erläuterten Versuchsanordnungen verteilen sich gleichmäßig auf die einzelnen Gebiete. Der einzelne Versuch sieht die Aufgabe des Schülers in der Anstellung von Beobachtungen oder Messungen. Das als Ergebnis herausspringende Gesetz, auch die zur Eintragung der Messungen anzulegende Tabelle ist angegeben. Mir will scheinen, daß es eine unnötige Einschränkung der Ziele physikalischer Schülerübungen ist, sich mit Beobachtung und Messung zu begnügen. Der Schüler soll sich in geeigneten Fällen selbst Versuchsanordnungen ausdenken, man soll ihm das zu findende Gesetz nicht vorher geben, sondern ihn dieses Gesetz finden und formulieren lassen.

Das Büchlein ist reich mit Figuren ausgestattet. Nach meiner Meinung hätten allerdings oft schematische Zeichnungen ausgereicht. Die Gewöhnung der Schüler an Schaltskizzen, an graphische Darstellungen und dergleichen gehört auch zu den Aufgaben der praktischen Schülerarbeit.

Im übrigen zeigt das Buch, wie nützlich die Einrichtung physikalischer Übungen schon auf der Unterstufe sein kann, und da es aus der Arbeit an einem Lyzeum entstanden, wie weit man sogar an höheren Mädchenschulen gehen kann.

W. Lietzmann.

W. Schüle, Technische Thermodynamik. I. Band. IV. Aufl. 8°. 560 S. Berlin, Julius Springer. 1921. Preis M. 105.—.

Die IV. Auflage dieses in der technischen Praxis als beste eingeführten Lehrbuches weist zunächst in methodischer Hinsicht die vorteilhafte Änderung auf, daß die beiden Hauptsätze unmittelbar nach dem 1. die Gase in phänomenologischer Weise behandelnden Kapitel zur Erörterung gelangen, wodurch das Nachfolgende auf eine feste thermodynamische Grundlage gestellt wird. Anderseits hat der sachliche Gehalt eine wertvolle Bereicherung durch Aufnahme der Zustandsänderungen feuchter Luft erfahren, die für die Beurteilung von Trockenanlagen u. a. von Wichtigkeit sind. Ferner wurde ein Abschnitt über die Theorie der Lösungen beigefügt, was angesichts der engen Beziehungen zwischen der chemischen Technik und dem Maschinenbau begrüßt werden muß.

Alles in allem besitzt die neue Auflage alle Vorzüge der alten und kann auch dem Physiker zur Durchsicht empfohlen werden, der mit Interesse von der vielfachen Anwendung thermodynamischer Prinzipien in der modernen Technik Kenntnis nehmen dürfte.

Stodola.

W. Schüle, Leitfaden der technischen Wärmemechanik. 2. Aufl. 8°. 214 S. Berlin, Julius Springer. 1920. Preis M. 18.—

Der Leitfaden unterscheidet sich von dem 1. Band der technischen Thermodynamik des gleichen Verfassers durch die Beschränkung des Inhalts auf die notwendigsten Grundlagen und Anwendungen der Wärmemechanik. Dem Physiker wird das Büchlein vorwiegend pädagogisches Interesse bieten, da der Verfasser obwohl von Differential- und Integralformeln Gebrauch machend, dennoch glaubt sich auch an Leser wenden zu dürfen, die mit diesen Rechnungsarten nicht vertraut sind. Dies im Vertrauen auf die Gewandtheit des Technikers in Deuten graphischer Funktionsdarstellungen, die „wie von selbst zu der Vorstellung sehr kleiner Änderungen dp, dv, dT ..." führt. Die Integrale werden lediglich durch graphische Quadraturen veranschaulicht. Die Entscheidung über den pädagogischen Erfolg solchen Vorgehens kann nur ausgedehnte Erfahrung bringen. Jedenfalls ist das Werk durch die gleiche klare und prägnante Darstellung ausgezeichnet, die auch dem großen Lehrbuche des Verfassers zukommt, und kann bestens empfohlen werden.

Stodola.

H. G. Möller, Die Elektronenröhren und ihre technischen Anwendungen. (Sammlung Vieweg, Heft 49.) gr. 8°. XV u. 200 S. Mit 208 Abbildungen u. 1 Tafel. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G. Ladenpreis: Grundzahl geh. M. 4.50 mal Schlüsselzahl.

Möllers bekanntes und viel gelesenes Buch hat sich unter den Physikern und Elektrotechnikern viel Freunde erworben, und die Neuauflage desselben mit ihren Verbesserungen wird die Zahl derselben noch steigern. Die Verbesserungen sind neben praktischen Umstellungen im wesentlichen folgende: Bei den Gitterröhren findet die Schottkysche Theorie ihre verdiente Würdigung; bei dem Niederfrequenzverstärker werden auch die Zwei- und Dreigitterröhren nebst ausgezeichneten Bildern gängiger Röhrentypen und deren Kennliniendarstellung mit besprochen. Auch von den Rohrsendern werden die verschiedenen Typen im Bilde nebst ihren Kennlinien neu aufgeführt. Die „Ziehtheorie und Audiontheorie" sind vollkommen umgestaltet. Die Rechnungen sind z. T. durch einfachste Konstruktionen im Schwingkennliniendiagramm ersetzt. Zu den Telephonieschaltungen ist neu die von L. Kühn hinzugekommen, die bekanntlich eine veränderliche Anodenspannung durch eine parallelgeschaltete Röhre bewirkt. Ebenfalls ist neu das Kapitel über Herstellung negativer Widerstände durch Elektronenröhren mit Hilfe der Dynatrons, Pliodynatrons, Kallirotrons und Negatrons. Am Schluß findet sich noch die Methode von Barkhausen und Kurz zur Herstellung kurzer Wellen. Das Buch enthält eigentlich alles, was sich über Elektronenröhren sagen läßt. Infolgedessen wird es auch in jedem Laboratorium zu finden sein.

Karl Bergwitz.

F. Aigner, Unterwasserschalltechnik. Grundlagen, Ziele und Grenzen. gr. 8°. 322 Seiten mit 169 Abbildungen. Berlin W, M. Krayn 1922. Brosch. M. 125.—, geb. M. 150.—

Verf. gibt in dem vorliegenden Buch eine ins einzelne gehende Schilderung der theoretischen Grundlagen und praktischen Ausführungsmöglichkeiten der submarinen Nachrichtenübermittlung. Ihm stehen die umfangreichen Versuchserfahrungen der bis dahin geheim gehaltenen Untersuchungen während des Krieges zur Verfügung.

Nach einem einleitenden historischen Überblick wird zunächst die Theorie des Schallfeldes und der Schallantenne gegeben. Der Aufbau erfolgt auf elementarer Grundlage, die Kenntnis der Vektoranalysis, der Fourierschen Reihenentwicklung, der komplexen Größen usw. wird nicht vorausgesetzt. Es folgt dann ein Kapitel über die akustischen Sender, auf deren konstruktive Einzelheiten großer Wert gelegt ist. Der entsprechende Abschnitt über die Empfangsmöglichkeiten behandelt den Bau der Unterwassertelephone mit und ohne elektrische Energieumformung.

Das nächste Kapitel ist dem hauptsächlichsten Anwendungsgebiet, der akustischen Peilung und Vermessung gewidmet. Hier erfahren auch die physiologischen Probleme des Hörens, wie sie in die stereoskopischen Methoden eingreifen, eine eingehende Behandlung. Es folgt dann eine Beschreibung der Sende- und Empfangsapparaturen und ihres Einbaues in den Schiffskörper.

Das Schlußkapitel behandelt zusammenfassend die praktischen Anwendungsmöglichkeiten der submarinen Telegraphie bei der Nachrichtenübermittlung, der Lotung, der Kollisionswarnung und der Verwendung als Lotse. Im Anhang ist ein sehr ausführliches Literaturverzeichnis zu finden.

Das reichlich bemessene Material an Abbildungen und Tabellen läßt das Werk besonders für den Physiker und Ingenieur geeignet erscheinen, der sich in dieses Gebiet einführen lassen will, um praktisch darauf zu arbeiten.

A. Goetz.

R. A. Millikan, Das Elektron. Seine Isolierung u. Messung, Bestimmung einiger seiner Eigenschaften. Übersetzt von Dr. Stöckl. (Die Wissenschaft. Einzeldarstellungen aus der Naturwissenschaft und der Technik. Bd. 69. Hrsg. von E. Wiedemann.) gr. 8°. X u. 263 S. Mit 32 Abbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G. Ladenpreis: geh. M. 540.—, geb. M. 660.— (freibleibend).

Der Verlag von Fr. Vieweg hat sich abermals ein großes Verdienst um die Physik erworben. Es ist ihm gelungen, für Robert Andrews Millikans Buch: „The electron" einen geschickten Übersetzer zu gewinnen, der das englische Werk ins Deutsche übertragen hat. — Millikan spricht im Anfang seines Vorwortes den bescheidenen Wunsch aus, daß sein Buch so glücklich sein möge, die Aufmerksamkeit des Fachmanns sowohl wie die des Laien auf sich zu lenken. — Des Fachmanns tiefstes Interesse, das ist gewiß, ist ihm sicher. Wie es mit dem des Laien steht, entzieht sich meiner Kenntnis. Hier in Deutschland hat der Laie zurzeit meist nur reale Interessen. — Millikan macht es in seinem Buche so wie A. Sommerfeld, der sich ja mit seinem Werk auch an einen größeren Kreis wendet, er trennt die Abhandlungen von den Formelberechnungen, die sich in einem klar geschriebenen Anhang finden. Nach einer kurzen historischen Einleitung schildert Millikan (1) die „früheren Anschauungen über die Elektrizität" (Atomtheorie der Materie einerseits, die der Elektrizität andererseits); hieran schließt sich (2) die Erweiterung der Gesetze der Elektrolyse auf die Leitung in Gasen. Nun werden die früheren Versuche (3) zur unmittelbaren Bestimmung von e nach Townsend, J. J. Thomson und H. A. Wilson durchgesprochen. Die Originalmethode Millikans, die des schwebenden Tröpfchens, wird dann sehr genau und verständlich sowohl hinsichtlich der Apparatur als auch der eigentlichen Beobachtung geschildert. Zunächst wird sie lediglich benutzt (4), die Ergebnisse zu dokumentieren, die den Beweis der atomistischen Natur der Elektrizität erbringen, erst dann (5) wird sie als Präzisionsmethode zur Bestimmung von e ausführlich besprochen. In der 6. Abhandlung finden sich die Vorgänge geschildert, wie Gase durch Röntgen- oder durch Radiumstrahlen ionisiert werden. Abhandlung 7 enthält die Schilderung der Brownschen Bewegung in Gasen; vor allem erkennen wir darin, welche Verdienste sich Millikan erworben hat, um die Gleichung, die Einstein für die Brownsche Bewegung in Gasen entwickelt hat, für diese durch seine Methode völlig sicherzustellen. In der folgenden Abhandlung (8) wird der bekannte Streit „hie Millikan, hie Ehrenhaft" ausführlich behandelt. Millikan schließt mit dem charakteristischen Satze: „Bis zur Stunde gibt es also keinen Beweis für das Vorhandensein eines Subelektrons." Sodann (9) werden wir mit dem Aufbau der Elektronen zum Atom bekannt gemacht. Das Atommodell von Bohr bildet hier den Schluß. Der letzte Absatz (10) behandelt die Natur der strahlenden Materie. Korpuskular- und Äther-Theorie wird gegeneinander abgewogen und der Versuch einer einigenden Lösung aufgestellt. Am Schluß findet sich eine Tabelle der wichtigsten Konstanten, die im Verlaufe der Millikanschen Untersuchung über die Isolierung und Messung des Elektrons neu bestimmt wurden. — Das Buch Millikans in seiner Übersetzung von Stöckl wird vielen Naturwissenschaftlern eine große Freude bereiten, und oft wird man es als gutes und genaues Nachschlagewerk bei Arbeiten benutzen.

Karl Bergwitz.

Cl. Schäfer, Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität und des Magnetismus. (Samml. math.-phys. Lehrbücher Bd. 3.) 2. Auflage. 8°. VI u. 174 S. Mit 33 Fig. Berlin u. Leipzig, B. G. Teubner. 1921. M. 60.—.

Das Buch ist gegenüber der ersten Auflage erweitert durch eingehende Erörterungen der ponderomotorischen Kräfte im elektrostatischen Felde und der Kräfte des Magnetfeldes auf einen Stromleiter. Vielleicht wäre hier auch eine Diskussion der ponderomotorischen Kräfte zweier Stromelemente aufeinander zu wünschen. Außerdem ist am Schluß das Hertzsche elektromagnetische Modell einer Lichtquelle hinzugefügt.

Wenn nur alle Einführungen in Gebiete der theoretischen Physik so schön zu lesen wären, wie die von Clemens Schäfer!

Berthold.

Elis Strömgren, Astronomische Miniaturen. Deutsch von K. F. Bottlinger. 8°. VII u. 87 S. Mit 14 Abb. Berlin, Julius Springer. 1922. M. 48.—.

Das kleine, sehr frisch geschriebene Buch wird jedem Leser herzliche Freude bereiten. Es gibt eine ganze populäre Darstellung der wichtigsten Probleme der Stellarastronomie. Der Verfasser behandelt das Kometenproblem, die neuesten Forschungen über die Sonne, die verschiedenen Methoden zur Parallaxenbestimmung und Michelsons Methode zur Messung kleiner Winkelabstände am Himmel. Vielleicht der interessanteste Abschnitt ist der letzte, der die Lane-Eddingtonsche Theorie über die Entstehung der Fixsterne enthält und in dem man eine Erklärung dafür findet, daß die von uns beobachteten Fixsterne alle nahezu dieselbe Masse besitzen.

P. Hertz.

Peter Pringsheim, Fluoreszenz und Phosphoreszenz im Lichte der neueren Atomtheorie. 8°. VII u. 202 S. mit 32 Fig. Berlin, Julius Springer. 1921. M. 48.—.

Es gibt kaum ein Kapitel der Physik, für das eine zusammenfassende Darstellung so sehr fehlte, wie das in dem vorliegenden Buche behandelte Gebiet der Fluoreszenz und Phosphoreszenz, und es hat sich das Buch sicher inzwischen für jeden Physiker, der sich mit Fragen aus diesem Gebiet beschäftigt, als unentbehrlich erwiesen. Bisher lag nur die im wesentlichen nach historischen Gesichtspunkten erfolgte Zusammenstellung im 4. Bande von Kaysers Handbuch vor. Der Verfasser hat nun die gesamte Literatur über Fluoreszenz und Phosphoreszenz, die sich seither stark vermehrt hat und uns leider teilweise schwer zugänglich geworden ist, kritisch und vom Standpunkte der neuen Anschauungen über Atomtheorie durchgesehen. Schwierigkeiten und ungelöste Probleme sind klar herausgearbeitet, wie überhaupt die Lektüre des äußerst anregend geschriebenen Buches ein Genuß ist. In der Einleitung wird auf die Grundvorstellungen der Bohrschen Theorie eingegangen, ferner auf Le-

nards lichtelektrische Theorie der Phosphoreszenz. Dann folgen Kapitel II und III über Resonanzstrahlung und Resonanzspektra, IV und V haben die Bandenfluoreszenz von Gasen und Dämpfen und Leuchtdauer, Polarisation, magnetische Beeinflussung der Fluoreszenzstrahlung von Gasen zum Gegenstand, Kapitel VI bringt die Fluoreszenz und Phosphoreszenz fester und flüssiger Lösungen. In VII wird das Verhalten der Lenardschen Erdalkaliphosphore besprochen und in VIII geht der Verfasser auf die Linienfluoreszenz von Kristallen ein. Lagen schon in diesen beiden Kapiteln die Verhältnisse weit komplizierter als in den früheren, so daß die Darstellung oft nur zu qualitativen Schlüssen führt, so ist das in dem letzten Abschnitt über Fluoreszenz organischer Verbindungen in noch höherem Maße der Fall. Ein Verzeichnis der seit dem Erscheinen des Handbuches von Kayser veröffentlichten Literatur beschließt das äußerst reichhaltige kleine Buch und bedeutet für den Leser einen wertvollen Wegweiser durch das Labyrinth der zahlreichen Arbeiten dieses Gebietes.

H. Sponer.

Paul Krais, Werkstoffe. Handwörterbuch der technischen Waren und ihrer Bestandteile. Erster Band. A—F. 8°. 529 S. mit 211 Abb. Leipzig, J. A. Barth. 1921. Gebunden M. 115.—.

Durch die heutigen schweren industriellen Wettbewerbskämpfe macht sich das Bestreben nach der rationellen und zweckmäßigen Anwendung der Werkstoffe mehr und mehr bemerkbar.

Eine große Anzahl von Mitarbeitern haben versucht, durch dieses alphabetische Handwörterbuch die naturwissenschaftlichen, technischen und gewerblichen Eigenschaften der Werkstoffe anzuordnen und an Hand der zahlreich angegebenen Literatur die weitere Forschung zu ermöglichen.

Der auf den ersten Band verteilte Stoff (A—F) enthält eine große Anzahl von Werkstoffen und speziell die Kapitel über Brennstoffe, Eisen, erläutert durch zahlreiche Abbildungen und Farbstoffe, sind reich ausgestattet.

Dr. Andronescu.

Karl Strecker, Jahrbuch der Elektrotechnik. VIII. Jahrgang. 8°. 223 S. München u. Berlin, R. Oldenbourg. 1920. Gebunden M. 42.—.

Im Hinblick auf die Entwicklung des Gesamtgebietes der Elektrotechnik ist eine wertvolle Übersicht der in der Literatur vorhandenen Forschungsarbeiten ein willkommenes Rüstzeug, um die umfangreiche Literatur dieses Gebietes durchzuarbeiten.

In dieser Beziehung bietet das Jahrbuch der Elektrotechnik wertvolle Dienste.

Der Stoff ist in Abschnitte zerlegt, und der vorliegende Jahrgang umfaßt die Literatur über Elektrotechnik, Elektrochemie, elektrisches Nachrichten- und Signalwesen, sowie über verschiedene Messungen und wissenschaftliche Untersuchungen vom 1. Januar bis 31. Dezember 1919.

Durch eine gediegene Sachkenntnis und logische Begründung eines jeden Standpunktes versucht jeder Mitarbeiter allen Kapiteln, den in Titel gestellten Aufgaben, eine befriedigende Lösung zu geben.

Dr. Andronescu.

R. Richter, Ankerwicklungen für Gleich- und Wechselstrommaschinen. 8°. XI u. 423 S. mit 377 Abb. Berlin, Julius Springer. 1920. Gebunden M. 78.—.

Mit einer klaren Darstellungsweise, unterstützt von zahlreichen gut gelungenen Abbildungen, sowie von einem ausführlichen Literaturverzeichnis, werden die Ankerwicklungen behandelt.

Der Stoff wird in drei Teile zerlegt.

Der erste Teil befaßt sich mit den Gleichstrom-Ankerwicklungen. Der Verfasser bringt hier eingehende Darlegungen über die Schleifen- und Wellenwicklungen, und an Hand des Spannungsvielecks läßt sich leicht das Kapitel über die Ausgleichverbindungen behandeln.

Am Ende dieses Teiles bringt der Verfasser sehr hübsche systematisch geordnete Einzelheiten über die technische Ausführung der Gleichstrom-Ankerwicklungen.

Im zweiten Teil werden die gebräuchlichen Wicklungen für die Ein- und Mehrphasen-Ströme behandelt.

In weiterem bespricht der Verfasser die Vermeidung der Stromverdrängung in den Leitern und zum Schlusse die umschaltbare Ankerwicklung für verschiedene Polpaarzahlen.

Im letzten Teil handelt es sich um die theoretischen Untersuchungen von Wicklungsfaktoren und wird angegeben, wie man die Oberwellen der Nutung unterdrücken kann.

Das Buch, das für die Praxis bestimmt ist, fesselt in sich die wissenschaftlichen Grundlagen mit dem praktischen Teil zusammen und bringt nicht nur dem Studierenden, sondern auch dem ausübenden Fachmann viel Anregung.

Dr. Andronescu.

P. Kirchberger, Die Entwicklung der Atomtheorie. 8°. X u. 260 S. Mit 26 Fig. u. 9 Bildnistaf. Karlsruhe (Baden), C. F. Müllersche Hofbuchhandlung m. b. H. 1922. Geheftet M. 60.—, gebunden M. 75.—.

Der Verfasser hat sich die Aufgabe gestellt, die Entwicklung der Atomtheorie von ihren ersten Anfängen an bis zu den neuesten und letzten Ergebnissen auf etwa 250 Druckseiten darzustellen in einer Form, die jedem Gebildeten das Verständnis möglich macht. Unter den Gebildeten wendet sich der Verfasser, wie er im Vorwort sagt, in erster Linie an philosophisch interessierte Leser, die den Wunsch haben, sich auch erkenntniskritisch mit der Tatsache auseinanderzusetzen, daß es wirklich Atome gibt, daß man über ihre Größe und ihren Bau bestimmte, sehr merkwürdige Aussagen machen kann usw. Um gerade solchen Lesern gerecht zu werden, bemüht sich der Verfasser, nicht etwa historische Tatsache aneinander zu reihen, sondern vor allem die grundlegenden und leitenden Gedanken klar und kritisch herauszuarbeiten und zu zeigen, wie sich in der großen Kette der hier geschilderten Entwicklung ein Glied an das vorhergehende beinahe zwangsläufig anschließt. Es kann nicht bezweifelt werden, daß es dem Verf. gelungen ist, ein Buch zu schreiben, das dem philosophisch eingestellten Leser eine ausgezeichnete Einführung in die Entstehungsgeschichte und die Ergebnisse der Atomtheorie gibt, ich möchte aber glauben, daß der Verf. über dies Ziel hinausgeschossen hat und sich mit seinem Buch getrost auch an die

Fachkreise der Physiker und Chemiker wenden kann, ohne fürchten zu müssen, eine Ablehnung zu erfahren. Wenn auch der reine Naturwissenschaftler im allgemeinen nicht sehr geneigt ist, sich mit der Geschichte seiner Wissenschaft zu beschäftigen, weil sein Blick zu sehr nach vorwärts gerichtet ist, so wird er dem vorliegenden Buch, in dem nur die Vorzüge einer historischen Darstellung zur Geltung kommen und die Mängel vermieden sind, sicher Geschmack abgewinnen. Das ist nicht nur der geschickten Darstellung zu verdanken, sondern auch dem Umstande, daß der Verfasser seine Aufgabe wirklich großzügig angepackt hat. Die Lehre vom Atomismus wird hier nicht einseitig nur vom Standpunkte des Physikers oder nur vom Standpunkte des Chemikers dargestellt, wie man es in Lehrbüchern leider häufig findet, sondern beide werden hier zu einem einheitlichen Ganzen vereinigt und man gewinnt so einen Überblick über den ganzen Komplex von Fragen und Tatsachen, die mit dem Atom zusammenhängen. Darin liegt nach Ansicht des Ref. der besondere Reiz des vorliegenden Buches. Auch der in der Forschung stehende Physiker oder Chemiker wird sich von dem mit einem weiten Wissen ausgestatteten Verf. durch die Wege der Entwicklung der Atomtheorie gerne führen lassen und dabei nicht nur Freude an der klaren Darstellung, sondern an manchen Punkten sicher auch Belehrung erfahren. Auf den Inhalt des Buches näher einzugehen, möchten wir uns ersparen und zur Orientierung die Überschriften der einzelnen Kapitel angeben:

„Atomismus der Philosophen, Atomismus der Chemiker, Molekulartheorie der Physiker (kinetische Gastheorie, kinetische Lösungstheorie), Atomismus der Physiker (Atomismus der Elektrizität, Radioaktivität, Röntgen-Interferenzen und Spektroskopie, Atomismus der Strahlung, das Bohrsche Atommodell).

Die Ausstattung des Buches ist gut und wird erhöht durch neun ausgezeichnete Porträts der bedeutendsten Forscher auf dem Gebiete der Atomtheorie. W. Grotrian.

A. Landé, Fortschritte der Quantentheorie. (Wissenschaftliche Forschungsberichte, Bd. V.) 8°. XI u. 91 S. Mit Fig. Dresden u. Leipzig, Th. Steinkopff. 1922. M. 40.—.

Das Ziel der Steinkopffschen Sammlung, das Studium der Originalliteratur entbehrlich zu machen, ist in diesem Bande erreicht, soweit dies überhaupt möglich ist. In konzentrierter Form werden die Fortschritte der Quantentheorie bis zur Mitte des Jahres 1921 dargestellt. In acht Abschnitten werden behandelt: 1. Allgemeine Quantelungsmethoden. 2. Das Wasserstoffatom nach der Separationsmethode. 3. Systeme mit mehreren Elektronen. 4. Das Korrespondenzprinzip. 5. Die Bandenspektren. 6. Störung durch äußere Felder. 7. Chemische Konstante der Gase. 8. Bohrs „Quantentheorie der Linienspektra." Besonders wertvoll ist der letzte Abschnitt, der ein Drittel des Buches einnimmt; er enthält eine Darstellung des Inhalts der in Deutschland schwer zugänglicher Abhandlungen Bohrs: „On the quantum-theorie of linespectra" Teil I und II. Die außerordentlich gedrängte, stellenweise vielleicht zu knappe Fassung bringt es mit sich, daß zur Ausnutzung des Buches eine weitreichende Vorbildung erforderlich ist. R. Minkowski.

W. Jaeger, Elektrische Meßtechnik. Zweite Auflage. 8°. XXII u. 528 S. Mit 581 Abb. Leipzig, J. A. Barth. 1922. M. 138.—, geb. M. 165.—.

Das Erscheinen der zweiten Auflage dieses Buches in verhältnismäßig kurzer Zeit zeigt, daß das Bedürfnis nach einer speziellen Bearbeitung der elektrischen Meßtechnik groß ist. Das Buch ist in neun Teilen geordnet, im wesentlichen ebenso wie die erste Auflage (vgl. diese Zeitschr. **20**, 383, 1919); es ist also dasselbe dabei zu bemerken, wie bei dieser. Neu hinzugekommen ist die Zöllnersche Bearbeitung der Schwingungsdifferentialgleichung:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2a\frac{dx}{dt} + x = \varphi(t)$$

(Zöllner, Wissensch. Veröff. aus dem Siemens-Konzern, I. 24, 1920). Dabei möchte ich darauf hinweisen, daß auch die graphische Behandlung dieser selben Gleichung mit mehreren Parametern, wie sie mir bekannt ist, aus C. Runge, Graphische Methoden (S. 34) den Vorzug großer Anschaulichkeit hat und deshalb auch in diesem Buche wegen ihrer praktischen Verwendbarkeit wohl angebracht wäre. Bei der Hinzufügung der Kettenleiter nach K. W. Wagner wäre zu wünschen, daß die Rieggersche Behandlung dieser Gebilde (Wissensch. Veröff. aus dem Siemens-Konzern, I. 3, 1261) nach der gewöhnlichen Schwingungstheorie Berücksichtigung fände, da sie beliebige inhomogene Ketten auch leicht verständlich macht. Leider sind die Apparat-Abbildungen z. T. immer noch schlecht. Aus den Galvanometer-Abbildungen Fig. 228, 229, 235 u. a., dem veralteten Bild eines Siemensoszillographen Fig. 260 — die Fabrik baut ihn schon viel besser (insbesondere mit besserer Beleuchtungslampe!) — ersieht man nicht viel.

Berthold.

H. Bauer, Geschichte der Chemie. I. Von den ältesten Zeiten bis Lavoisier. 100 S. II. Von Lavoisier bis zur Gegenwart. 144 S. (Sammlung Göschen Nr. 264 und 265.) kl. 8°. 3., verbesserte Auflage. Berlin und Leipzig, Vereinigung wissenschaftlicher Verleger W. de Gruyter u. Co. M. 6.—.

Diese in dritter Auflage vorliegende Geschichte der Chemie gibt in kurzer, anschaulicher Form den Werdegang dieser Wissenschaft wieder. Hierbei ist auf die Entwicklung wissenschaftlicher Gedanken und Ideen besonderer Wert gelegt. Dazu bilden die Schilderungen der Lebensläufe der bedeutendsten Chemiker gewissermaßen eine Illustration. Als Einführung und zur allgemeinen Orientierung können diese beiden Bändchen nur empfohlen werden. W. Hückel.

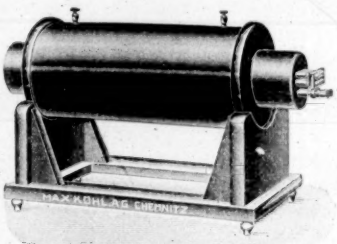
Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Gestorben: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Münster Geh. Regierungs-Rat Dr. Wilhelm Killing, der frühere ord. Professor der Mathematik an der Universität Bern Dr. Gottlieb Huber, der a. d. Professor der organischen Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Hartwig Franzen, der frühere ord. Professor der physikalischen Chemie an der Universität Amsterdam (Träger des Nobelpreises für Physik von 1910) Johannes Diderik van der Waals senr.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Hans Küstner in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz



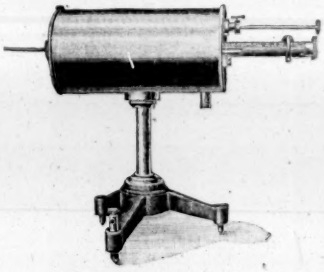
62582. Funkeninduktor mit Sekundärwicklung von geringem Widerstand, für Wehnelt-Unterbrecher, 400 mm Funkenlänge.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel: 4 Grosse Preise; Turin: 2 Grosse Preise; Dresden: Grosser Preis.



Apparate für luftelektrische und radioaktive Untersuchungen.
Normalbatterie für elektrostatische Messungen.
Kondensatoren, Mikrowage.
Erdbebenregistrierapparate.

Spindler & Hoyer G.m.b.H.
Mechan. u. opt. Werkstätten
Göttingen 3.

Hochspannungs-Batterien

Vorzüge: Größte Leistung bei kleinstem Raum. Beliebige Trennbarkeit. Niedriger Preis.

Phywe-Hochspannungsbatterien

haben u. a. im Gebrauch:

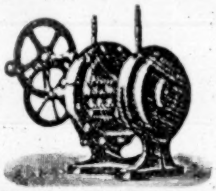
Kaiser Wilhelm-Institut, Dahlem. — Institut für Experimentalphysik, Universität Göttingen. — Institut für Theoret. Physik, Universität Göttingen. — Physikal. Institut der Berg-Akademie Clausthal. — Röntgen-Institut Techn. Hochschule Stuttgart. — Physikalisches Institut, Universität Frankfurt. — Physikal.-Chem. Institut Technische Hochschule Karlsruhe. — Physikalisches Institut, Technische Hochschule Karlsruhe. — Teyler-Museum, Universität Leiden-Haarlem. — Radium-Institut, Freiberg i. S. — Institut für Schwachstromtechnik, Dresden. — Realgymnasium Schweim. — Institut für theoretische und physikalische Chemie, Freies Bildungswesen, Altona. — Natuurkundig Laboratorium der Universität Groningen — Porzellanfabrik Rosenthal, Selb. — Institut für theoretische und physikalische Chemie, Universität Brünn. — Physikalisches Institut Universität Wilna. — Chemische Fabrik Griesheim-Elektron, Griesheim. — Kaiser Wilhelm Institut Düsseldorf. — Physikalisches Institut Universität Czernowitz. — Physikalisches Laboratorium der medizinischen Fakultät, Posen. — Physikalisches Institut, Universität Helsingfors. — Koch & Sterzel, Dresden. — W. C. Heraeus, Hanau.

Physikalische Werkstätten A.-G.,
Göttingen 1

Arthur Pfeiffer, Wetzlar

Gegründet 1890

Fabrik physikalischer, chemischer und technischer Apparate

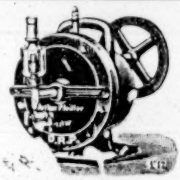


Rotier. Quecksilber-Hochvakuumpumpe System Pfeiffer. D. R. P.

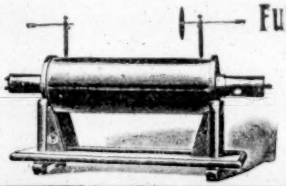
Spezialfabrik für Hochvakuumpumpen

zu wissenschaftlichen und technischen Zwecken

Alle Arten Luftpumpen, Kolben-Ölluftpumpen, rotierende Ölluftpumpen, rotierende Quecksilberluftpumpen für Betrieb und Laboratorium



Rotierende Quecksilber-Hochvakuumpumpe System Gaede, D. R. P.



Funkeninduktoren bis 1000 mm Funkenlänge

Normaltypen von 6—1000 mm Funkenlänge mit Unterbrechern aller Art

Spezial-Funkeninduktoren für technische und wissenschaftliche Zwecke

Listen kostenlos von Abteilung E verlangen.

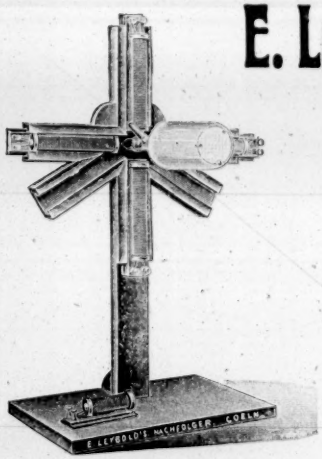
E. Leybold's Nachf. A.-G.

Cöln a/Rhein

Fabrik physikalischer Apparate

Zweigniederlassung:

Berlin NW 7, Dorotheenstraße 53



Universalstativ für Braun'sche Röhre nach Simon und Reich.

Projektionsapparate für Diaskopie und Episkopie

Hochvakuumpumpen nach Gaede

Katalog, enthaltend 16000 Nummern, wird Instituten auf Wunsch übersandt.

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.